

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

ESTUDO DA TÉCNICA DE PILOTOS DESLOCADOS PARA A REDUÇÃO DA CONTAMINAÇÃO DE PILOTOS EM SISTEMAS MIMO MASSIVO NÃO COOPERATIVOS

Alberto Leopoldo Luna da Mota

Brasília, 07 Julho de 2017

UNIVERSIDADE DE BRASILIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**ESTUDO DA TÉCNICA DE PILOTOS
DESLOCADOS PARA A REDUÇÃO DA
CONTAMINAÇÃO DE PILOTOS EM SISTEMAS
MIMO MASSIVO NÃO COOPERATIVOS**

Alberto Leopoldo Luna da Mota

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro de Redes de Comunicação

Banca Examinadora

Prof. João Paulo Leite, UnB/ EnE (Orientador)

Prof. Leonardo R. A. X. de Menezes, UnB/ EnE

Prof. Leonardo Aguayo, UnB/ FGA

RESUMO

Um das promessas para as próximas gerações da telefonia móvel é a tecnologia MIMO massivo. Por meio de uma grande quantidade de antenas nos elementos da rede, esta tecnologia procura realizar uma multiplexação espacial agressiva para aproveitar ainda mais os recursos tempo e banda de transmissão, obtendo assim, maiores taxas, menores atrasos e maior eficiência de energia irradiada.

Apesar de todas essas vantagens, alguns fatores ainda limitam o funcionamento pleno do MIMO massivo, eles são a reciprocidade do canal de multipercurso e a contaminação de pilotos. Dados esses problemas, o presente trabalho apresenta um estudo com o objetivo de validar uma técnica de mitigação da contaminação de pilotos, denominada Técnica de Pilotos Deslocados no tempo.

Palavras-chave: alocação de potência, contaminação de pilotos, MIMO massivo, pilotos deslocados, TDD, simulações.

ABSTRACT

One of the promises for the next generation mobile systems is the massive MIMO technology. Through a large number of antennas in the network elements, this technology seeks to perform aggressive spatial multiplexing to further harness time and bandwidth resources. Thus, with massive MIMO, it is possible to obtain higher rates, lower delays and higher radiated energy efficiency than the current telecommunications systems.

Despite all these advantages, some factors still limit a perfect operation of massive MIMO. These factors are the reciprocity of the multipath channel and the pilot contamination. Given these problems, the present work presents a study with the objective of validating a technique to mitigate the pilot contamination in non-cooperative massive MIMO systems, called Time-Shifted Pilots.

Index Terms: *massive MIMO, pilot contamination, TDD, Power allocation, shifted pilots, simulations.*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 SISTEMAS MIMO MASSIVO.....	1
1.2 VANTAGENS RELATIVAS DO MIMO MASSIVO.....	1
1.3 FATORES LIMITANTES DO MIMO MASSIVO.....	2
1.3.1 RECIPROCIDADE DO CANAL DE PROPAGAÇÃO	3
1.3.2 CONTAMINAÇÃO DE PILOTOS	3
1.4 OBJETIVOS E ESTRUTURA DO TRABALHO	5
2 ASPECTOS GERAIS DE PROPAGAÇÃO EM SISTEMA MIMO	6
2.1 INTRODUÇÃO.....	6
2.2 CANAIS COM MULTIPERCURSO	4
2.3 DESVANECIMENTO EM GRANDE ESCALA.....	8
2.4 DESVANECIMENTO EM PEQUENA ESCALA	9
2.4.1 CARACTERIZAÇÃO POR PARÂMETROS RELACIONADOS AO ATRASO	10
2.4.2 CARACTERIZAÇÃO POR PARÂMETROS RELACIONADOS TEMPO	11
2.4.3 TIPOS DESVANECIMENTO EM PEQUENA ESCALA	13
2.5 PROPAGAÇÃO DE SINAIS EM SISTEMAS MIMO	13
2.5.1 FASES DA COMUNICAÇÃO, RECIPROCIDADE E ALOCAÇÃO DE PILOTOS	15
2.5.2 A ESTIMAÇÃO DO CANAL	18
2.6 CONCLUSÕES PARCIAIS	20
3 MODELO DO SISTEMA MIMO MASSIVO.....	21
3.1 INTRODUÇÃO.....	21
3.2 SUPOSIÇÕES INICIAIS DO SISTEMA	21
3.2.1 ARRANJO FÍSICO, POTÊNCIAS E SEQUÊNCIAS PILOTOS.....	21
3.2.2 COEFICIENTES DE DESVANECIMENTO.....	22
3.2.3 MODELO DE DESVANECIMENTO EM BLOCOS	23
3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA MIMO MASSIVO	23
3.3.1 A FASE DE TREINAMENTO	24
3.3.2 A FASE DE <i>DOWNLINK</i>	25
3.3.3 A FASE DE <i>UPLINK</i>	29
3.4 DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIAS – ALGORITMO TOPC	31
3.5 TAXAS DE TRANSMISSÃO DO SISTEMA MIMO MASSIVO.....	32
3.6 RESULTADOS NUMÉRICOS	33
3.7 CONCLUSÕES PARCIAIS	37
4 MÉTODO DOS PILOTOS DESLOCADOS NO TEMPO.....	37
4.1 INTRODUÇÃO.....	37
4.2 SISTEMA PROPOSTO	37
4.3 MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA PROPOSTO.....	38
4.3.1 A FASE DE TREINAMENTO	39
4.3.2 A FASE DE <i>DOWNLINK</i>	41
4.3.3 A FASE DE <i>UPLINK</i>	46
4.4 DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIAS	48
4.5 TAXAS DE TRANSMISSÃO DO SISTEMA PROPOSTO	48
4.6 RESULTADOS NUMÉRICOS	49
4.7 CONCLUSÕES PARCIAIS	50
5 CONCLUSÃO	51
5.1 COMENTÁRIOS SOBRE OS RESULTADOS OBTIDOS.....	53
5.2 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS	53
REFERÊNCIAS.....	55
ANEXOS.....	56

LISTA DE FIGURAS

1.1	Comunicação em sistemas MIMO massivo.....	3
1.2	Representação da contaminação de pilotos	4
2.1	Mecanismos que geram canais de multipercurso.....	7
2.2	Comportamento do sinal recebido em função da distância.....	7
2.3	Comportamento da perda de potência por caminho.....	9
2.4	Fenômeno do multipercurso.....	9
2.5	Função genérica da resposta de um canal multipercurso variante no tempo	10
2.6	Relação entre o Power Delay Profile e a função Spaced-Frequency Correlation.....	11
2.7	Relação entre a função Spaced-Time Correlation e o Doppler Power Spectrum	12
2.8	Fases da comunicação.....	15
2.9	Alocação de pilotos para os esquemas TDD e FDD	17
2.10	Tipos de alocação de piloto para garantir a ortogonalidade.....	18
3.1	Canais de propagação em um sistema MIMO massivo	22
3.2	Quadro de protocolo TDD com $K=5$, $D=3$, $U=2$ e $N=1$	23
3.3	Sinais de Treinamento que chegam em uma BS no sistema com pilotos alinhados.....	24
3.4	Sinais do Enlace Direto que chegam em um usuário no sistema com pilotos alinhados.....	26
3.5	Sinais do Enlace Reverso que chegam em uma BS no sistema com pilotos alinhados.....	29
3.6	Fluxograma geral utilizado para simular o cenário com a contaminação de pilotos e o cenário com a implantação da proposta para mitigação.	33
3.7	Sistema Multicelular de reuso de frequência $r = 3$	34
3.8	Fração de usuários acima da SINR no <i>downlink</i> para $r = 3$	35
3.9	Fração de usuários acima da Taxa no <i>downlink</i> para $r = 3$	35
4.1	Quadros TDD do esquema proposto com $K=3$, $D=5$, $U=2$ e $N=1$	38
4.2	Exemplo da organização de sistemas MIMO massivo com pilotos alinhados e com pilotos deslocados	38
4.3	Sinais que chegam em uma BS na fase de treinamento no sistema com pilotos deslocados.....	39
4.4	Sinais que chegam em um usuário na fase do enlace direto no sistema com pilotos deslocados.....	41
4.5	Simulação realizada para os limites da parte (b) de Eq. (4.12)	43
4.6	Simulação realizada para o limite da Eq. (4.25).....	45
4.7	Sinais que chegam em uma BS na fase do enlace reverso no sistema de pilotos deslocados.....	46
4.8	Fração de usuários acima da SINR no <i>downlink</i> para o sistema com pilotos alinhados e o sistema com pilotos deslocados	49
4.9	Fração de usuários acima da taxa no <i>downlink</i> para o sistema com pilotos alinhados e o sistema com pilotos deslocados.....	50
II.1	Convergência do algoritmo TOPC para um sistema viável	60
II.2	Convergência do algoritmo TOPC para um sistema inviável.....	61

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

B	Banda de transmissão do sistema	[Hz]
B_c	Banda de coerência	[Hz]
B_d	Espalhamento Doppler	[Hz]
c	Velocidade da luz	[m/s]
d	Distância	[m]
D	Tempo da fase de <i>downlink</i>	Símbolos OFDM
f	Frequência	[Hz]
f_c	Frequência da portadora	[Hz]
f_d	Deslocamento na frequência da portadora	[Hz]
K	Tamanho da sequência de pilotos	Símbolos OFDM
N	Tempo de processamento	Símbolos OFDM
P	Potência	[Watts]
t	Tempo	[s]
T	Tempo do quadro TDD	Símbolos OFDM
T_m	Espalhamento por atraso entre multipercursos	[s]
T_c	Intervalo de coerência	[s]
U	Tempo da fase de <i>downlink</i>	Símbolos OFDM
V	Velocidade	[m/s]

Símbolos Gregos

α	Fator de normalização	
β	Coeficiente de desvanecimento em grande escala	
γ	Identificador do grupo de célula	
Γ	Número de grupos de células	
λ	Comprimento de onda - Valor singular	[m] - adimensional
π	PI = 3,141562	
ρ	Potência dos Pilotos	[Watts]
ς	SINR	
σ	Variância	
τ	Atraso	

Grupos Adimensionais

A	Grupo de células
c	Coeficiente de desvanecimento em pequena escala entre BSs
g	Resposta do canal
h	Coeficiente de desvanecimento em pequena escala
L	Número de células operando na mesma banda
M	Números de antenas nas estações rádio base
n, v, z	Ruídos térmicos
N_u	Número de usuários de uma célula
N_{sub}	Número de subportadoras OFDM
q	Sinal do enlace reverso transmitido pelos usuários
r	Fator de reuso da frequência
y	Sinal do enlace direto transmitido pelas BSs

Sobrescritos

\wedge	Valor estimado
$-$	Valor limite

Subescritos

i, j, k, l	Identificadores de usuários, células e estações rádio base
γ, γ'	Identificadores do grupo de célula

Notações e Operadores Matemáticos

\mathbb{E}	Esperança
Negrito	Matrizes e Vetores
$*$	Convolução
$\langle \rangle$	Produto Interno
$ $	Absoluto
$Tr(.)$	Operador traço
$\ \ $	Norma de Frobenius
\dagger	Operação transposto conjugado
T	Transposto conjugado

Siglas

AoA	Ângulo de Chegada - <i>Angle of Arrival</i>
BS	Estação Rádio Base - <i>Base Station</i>
CSI	Informação de Estado do Canal - <i>Channel State Information</i>
IoT	Internet das Coisas - <i>Internet of Things</i>
LOS	Linha de Visada - <i>Line-of-Sight</i>
NLOS	<i>Non-Line-of-Sight</i>
SINR	Relação Sinal-Ruído mais Interferência - <i>Signal to Interference-plus-Noise Ratio</i>

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo é feita uma introdução sobre o trabalho por meio da exposição do cenário atual das comunicações móveis.

1.1 SISTEMAS MIMO MASSIVO

Sistemas MIMO massivo são aqueles que utilizam muitas antenas nas BSs e nos usuários para realizar uma comunicação. Este tipo de arranjo no sistema é uma das tecnologias propostas para as novas gerações de sistemas sem fio, como o 5G.

A principal ideia por trás do MIMO massivo é que, todas as vantagens oferecidas por sistemas MIMO, tais como eficiência de energia, segurança, robustez e eficiência espectral, podem ser aumentadas com o crescimento do número de antenas em ambos os lados do enlace. Portanto, este tipo de infraestrutura é capaz de suportar as novas tendências da informação digital, como por exemplo, a Internet das Coisas (IoT – *Internet of Things*).

Uma das características principais do MIMO massivo é que ela é capaz de realizar uma multiplexação espacial agressiva por meio de um número muito grande de antenas, isto ocorre porque o sinal transmitido propaga em ambientes ricos em espalhadores, o que permite que este sinal viaje por diversos caminhos até seu destino. Canais com esta característica são chamados de canais de multipercurso. Assim, as estações rádio base (BSs) utilizam as propriedades dos canais de multipercurso para multiplexarem dados aos seus usuários, ou seja, transmitir informações direcionadas aos usuários por meio de canais de propagação específicos de cada um. Deste modo, a BS é capaz de identificar um usuário por meio do canal no qual este usuário transmite e recebe dados.

Para que a multiplexação espacial ocorra, é necessário ter uma boa Informação do Estado do Canal (CSI), ou seja, é necessário saber como o canal se comporta para transmitir dados sobre ele. A CSI pode ser obtida por meio de técnicas com o auxílio de sinais de treinamento (pilotos) ou por técnicas do tipo *blind*. Independentemente da técnica usada, a obtenção desta informação de canal é muito importante para o funcionamento ideal de sistemas MIMO massivo, pois, é por meio dela que são feitos os processos computacionais capazes de direcionar (pré-codificar) e distinguir (decodificar) dados dos usuários.

Nas próximas subseções são apresentadas as vantagens e desvantagens da tecnologia MIMO massivo, com o intuito de identificar o problema a ser resolvido.

1.2 VANTAGENS RELATIVAS DO MIMO MASSIVO

Como apresentado em [1], a tecnologia MIMO massivo explora de maneira agressiva a multiplexação espacial. Quando o número de antenas nos elementos da rede é suficientemente grande, o comportamento estatístico dos canais de propagação passa a ser determinístico, em que canais associados a diferentes terminais tendem a ser aproximadamente ortogonais.

É por meio desta característica do canal de multipercurso que se torna possível a criação de feixes de energia mais agudos e direcionados para cada percurso, fazendo com que as frentes de onda transmitidas cheguem construtivamente ao receptor e destrutivamente nos demais pontos da rede. Este é a idéia por trás das primeiras duas vantagens que o MIMO massivo proporciona.

A primeira vantagem é o aumento da capacidade do sistema, pois como dito anteriormente, os sinais transmitidos se interferem de maneira construtiva apenas no receptor, fazendo com que não existam as interferências geradas por estes mesmos sinais em pontos distintos da rede. Deste modo, a Relação Sinal-Ruído mais Interferência (SINR) observada em cada usuário do sistema aumenta, o que causa um aumento das taxas atingidas.

A segunda vantagem é o aumento da eficiência de energia, pois, enquanto nas redes atuais a energia é irradiada com pouco direcionamento, no MIMO massivo ela é melhor aproveitada em feixes extremamente agudos. Portanto, a energia é irradiada apenas para os locais onde há usuários.

Outra vantagem que a tecnologia MIMO massivo proporciona é uma maior eficiência espectral comparada aos demais tipos de sistema. Isto ocorre porque vários terminais podem ser atendidos simultaneamente com os mesmos recursos de frequência e tempo, o que implica também uma simplificação de acesso ao meio nas próximas gerações da telefonia móvel.

Neste sistema, por meio da grande quantidade de antenas e de uma boa CSI, é possível obter reduções na latência dos enlaces, pois o direcionamento de sinais pode ser feito com matrizes de pré-codificação que evitem canais que produzam mais atrasos. Com base neste mesmo princípio, ou seja, o uso dos diversos graus de liberdade que a tecnologia MIMO massivo proporciona, é possível evitar as interferências intencionais e não intencionais existentes no ambiente, aumentando assim a robustez contra tais situações.

Além de todas essas vantagens, a tecnologia das antenas dos terminais e das suas cadeias de recepção pode ser construída com dispositivos de baixo custo e baixo consumo de energia, o que causa um barateamento dos gastos com componentes de infraestrutura.

Note que a tecnologia MIMO massivo promete muitas vantagens que por enquanto estão apenas no campo da teoria. Para que tal tecnologia possa ser aplicada e suas vantagens possam ser observadas em redes de telecomunicações reais, é preciso superar alguns fatores que ainda limitam o pleno funcionamento desses sistemas. Alguns desses problemas são discutidos na seção a seguir com o intuito de destacar aquele que é o alvo de estudo deste trabalho.

1.3 FATORES LIMITANTES DO MASSIVO

Nesta seção, são abordados dois fatores limitantes ao bom funcionamento da tecnologia MIMO massivo, que são a reciprocidade do canal e a contaminação de pilotos. Estes problemas estão apresentados nas subseções a seguir.

1.3.1 Reciprocidade do Canal de Propagação

De modo geral, os canais de propagação multipercurso são variantes no tempo, ou seja, o canal responde de modo distinto para sinais transmitidos em instantes diferentes. Como dito anteriormente, é por meio de operações que utilizam a CSI que as BSs direcionam dados (pré-codificam) para os usuários e identificam (decodificam) dados enviados por estes, como mostrado na Fig. 1.1.

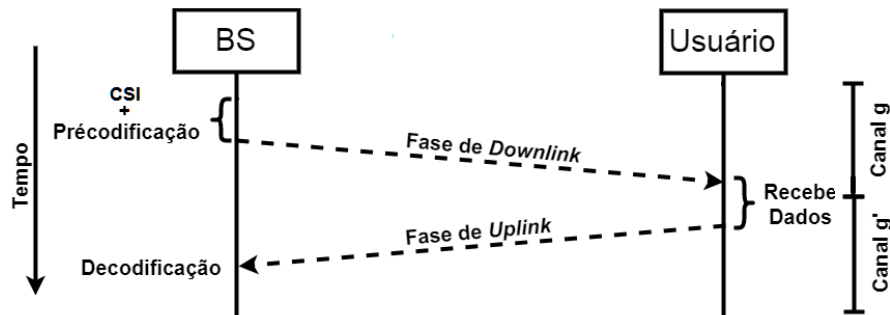


Figura 1.1 – Comunicação em sistemas MIMO massivo

Em sistemas de comunicação os dados trafegam via dois sentidos, o sentido BS-usuário (*downlink*) e o sentido usuário-BS (*uplink*), assim como mostrado na Fig. 1.1. Quando uma BS de um sistema MIMO massivo tem dados a transmitir para um determinado usuário, ela irradia energia por meio do processo conhecido com pré-codificação, que depende da CSI. Quando uma BS recebe dados, ela identifica de qual usuário o dado pertence por meio do processo de decodificação, que também depende da CSI.

Note que, se o canal mudar durante algum dos sentidos da comunicação, uma das duas operações que a BS faz com a CSI torna-se inútil. Se a mudança do canal acontecer depois da operação de pré-codificação, os dados são direcionados para um canal diferente daquele que o usuário está recebendo. Da mesma forma, quando o usuário enviar dados, estes viajam por um canal diferente do canal em que a BS está recebendo e, portanto, a decodificação será ineficiente.

Para que tais problemas na comunicação não ocorram, é necessário que o canal seja recíproco, ou seja, não se altere de um sentido da comunicação para outro. Por este motivo, a comunicação entre transmissor e receptor é feita nas situações em que o canal atenua de maneira igual para ambos os sentidos. Entretanto, as cadeias de dispositivos nas BSs e nos usuários podem não contribuir para que haja reciprocidade no sistema, o que torna necessário uma calibração nas cadeias de dispositivos de ambos os elementos comunicantes.

1.3.2 Contaminação de Pilotos

Como dito anteriormente, a obtenção da CSI pode ser feita por meio de técnicas com auxílio de pilotos ou técnicas do tipo *blind*. Para o primeiro tipo de técnica, sinais de treinamento, que são conhecidos previamente por ambas as partes da comunicação, são transmitidos pelos usuários para que as BSs possam estimar o canal no qual os dados estão trafegando. Portanto, como o nome sugere, a contaminação de pilotos é um problema exclusivo de técnicas que utilizam sinais de treinamento para estimar o canal, ou seja, para obter a CSI.

Em sistemas sem fio, quando operando na mesma banda, os sinais transmitidos por usuários de células vizinhas são percebidos pelas BSs como uma combinação linear entre os canais de propagação e os próprios sinais. Este mesmo fenômeno ocorre quando são transmitidas as sequências de pilotos, como mostrado na Fig. 1.2.

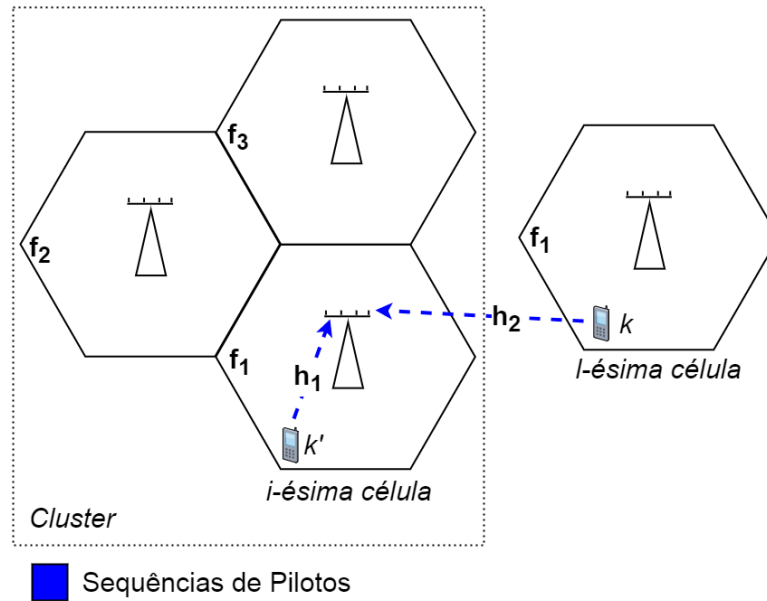


Figura 1.2 – Representação da contaminação de pilotos

Após receber os sinais, para obter a estimativa dos canais de um determinado usuário, a BS faz uma operação de correlação entre o sinal recebido e a sequência de pilotos pré-estabelecida para esse terminal. Nesta operação, quando os sinais de treinamento são ortogonais (k e k' são ortogonais entre si), a estimativa obtida é igual ao canal do usuário desejado (canal h_1 referente ao usuário k'), caso contrário, é a soma das componentes do canal ($h_1 + h_2$) entre os usuários que compartilham a mesma sequência de pilotos ($k = k'$). Quando a segunda situação acontece, diz-se que houve a contaminação de pilotos e seus efeitos negativos são percebidos nas operações de pré-codificação e decodificação, como será mostrado em mais detalhes nos capítulos 3 e 4.

Deste modo, para o sistema funcionar bem, é ideal que para cada terminal móvel seja atribuída uma sequência de pilotos ortogonal em relação às sequências dos demais usuários. Porém, em sistemas reais de comunicações móveis existem uma grande quantidade de usuários para serem atendidos. Assim, é de se esperar que para manter a ortogonalidade das sequências de pilotos entre todos estes usuários, é necessário ter disponíveis no sistema sequências de pilotos suficientemente grandes. No entanto, a banda de frequência e o intervalo de tempo em que o canal atenua de maneira aproximadamente igual sobre todas as componentes do sinal transmitido não são grandes o suficiente para garantir esta ortogonalidade. Para contornar essa situação e garantir que mais usuários sejam atendidos, faz-se a reutilização do conjunto de sequências de pilotos nas células da rede, produzindo então a contaminação de pilotos.

No presente trabalho, este é o problema a ser exposto e solucionado. Assim, para a compreensão da dimensão deste contratempo e seus efeitos, são apresentados mais adiante a modelagem matemática de sistemas MIMO massivo, a contribuição da contaminação de

pilotos para diminuição da SINR do sistema e uma proposta para mitigar a contaminação de pilotos.

Os dois problemas citados aqui não são os únicos que impedem um bom funcionamento de sistemas MIMO massivo, porém, estes são os suficientes para o entendimento da proposta estudada neste trabalho. Para conhecer os demais problemas e áreas de estudo de comunicações MIMO massivo, recomenda-se uma leitura de [1].

1.4 OBJETIVOS E ESTRUTURA DO TRABALHO

Como visto na seção 1.3, sistemas MIMO massivo que utilizam sinais de treinamento para a obtenção da CSI estão sujeitos à contaminação de pilotos. Este problema surge devido aos limites impostos pelo canal de multipercurso na disponibilidade de sinais de treinamento ortogonais.

Dado este problema, o presente trabalho tem o objetivo estudar e validar uma técnica de mitigação de pilotos, conhecida como técnica dos pilotos deslocados no tempo. Portanto, com base neste objetivo, tem-se a seguinte organização:

- Capítulo 2: É apresentado ao leitor um referencial teórico com aspectos gerais sobre a propagação de sinais em canais com multipercurso e o funcionamento de sistemas MIMO;
- Capítulo 3: Com a base teórica provida no Capítulo 2, é modelado o funcionamento de um sistema MIMO massivo que utiliza o OFDM para a transmissão de quadros do protocolo TDD. Neste capítulo é verificado o comportamento da SINR para comprovar o efeito negativo que a contaminação de pilotos gera nesse tipo de sistema;
- Capítulo 4: Aqui é apresentada uma técnica para mitigar o problema da contaminação de pilotos, denominada como técnica dos pilotos deslocados no tempo. Para esta técnica, uma análise assintótica da SINR para ambos os sentidos da comunicação é feita e, para validar o modelo teórico, são realizadas simulações computacionais do sistema;
- Capítulo 5: É um capítulo de conclusão que resume os resultados obtidos no trabalho e que sugere propostas de trabalhos futuros;

2 ASPECTOS GERAIS DE SISTEMAS MIMO

Este capítulo apresenta um referencial teórico geral de aspectos de propagação e organização de sistemas MIMO. Os conceitos aqui apresentados servem de base para o desenvolvimento dos próximos capítulos

2.1 INTRODUÇÃO

Sinais transmitidos em sistemas de comunicação sem fio estão sujeitos a diversas fontes de degradação, podendo elas ser fontes internas ou externas aos elementos da rede. No primeiro caso, as alterações no sinal transmitido estão relacionadas com a cadeia de dispositivos do receptor, formada por moduladores, amplificadores, codificadores, filtros e etc. No segundo, a informação é modificada pelos próprios canais nos quais o sinal se propaga e pode ser atenuada por sinais de interferência intencionais (*jamming*). Seja qual for a origem, ambas são prejudiciais ao desempenho do sistema de comunicação, e seus efeitos podem ser observados na diminuição da relação sinal-ruído (SINR) e no aumento da taxa de erro de *bit* (BER).

Sabendo-se que este trabalho procura validar uma proposta de solução para obtenção a CSI em sistemas MIMO massivo, são introduzidos nesta seção alguns conceitos importantes para a compressão do problema. Os temas abordados aqui são: as características do canal de propagação, a propagação de sinais em sistemas MIMO, a comunicação nestes sistemas MIMO e a estimação do canal utilizada neste trabalho. Todas as informações expostas ao longo deste capítulo são encontradas com mais detalhes nas referências [2] e [3].

2.2 CANAIS COM MULTIPERCURSO

De acordo com [3], as variações produzidas pelo canal de propagação no sinal transmitido são chamadas de desvanecimentos, e estes podem ser classificados em duas categoriais: desvanecimentos de grande escala e desvanecimentos de pequena escala. No primeiro caso, a mudança feita no sinal transmitido é percebida pela diminuição da sua potência, em que este efeito é causado pelas longas distâncias entre o transmissor e o receptor. No segundo, os desvanecimentos ocorrem devido a pequenas mudanças no ambiente ou na própria localização do receptor, produzindo pequenas alterações em todas as características do sinal, tais como amplitude, fase e ângulo de chegada (AoA – *angle of arrival*).

Em comunicações sem fio, uma onda eletromagnética se propaga entre o transmissor e receptor via diversos mecanismos. De modo geral, a energia irradiada pelas antenas do transmissor pode chegar ao receptor por caminho direto (LOS – *line-of-sight*), sem sofrer nenhum desvio, ou indireto (NLOS – *Non-line-of-sight*), por meio dos mecanismos de reflexão, refração, difração, absorção e espalhamento. Tais mecanismos estão representados Fig. 2.1.

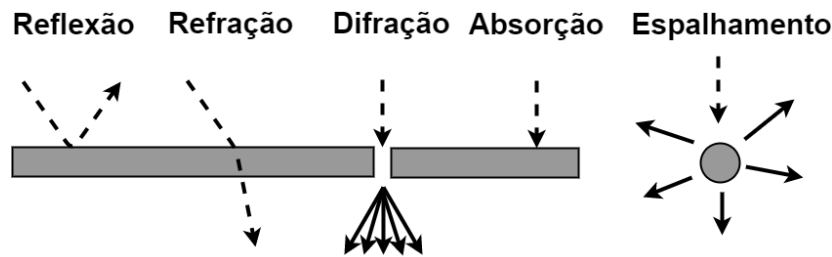


Figura 2.1 – Mecanismos que geram canais de multipercurso.

Uma onda propagada por meio dos mecanismos citados anteriormente percorre múltiplos percursos até chegar ao receptor, fenômeno chamado de multipercurso. Uma forma de se observar os efeitos causados pelo multipercurso é por meio do comportamento da potência do sinal que é recebido, como mostrado na Fig. 2.2.

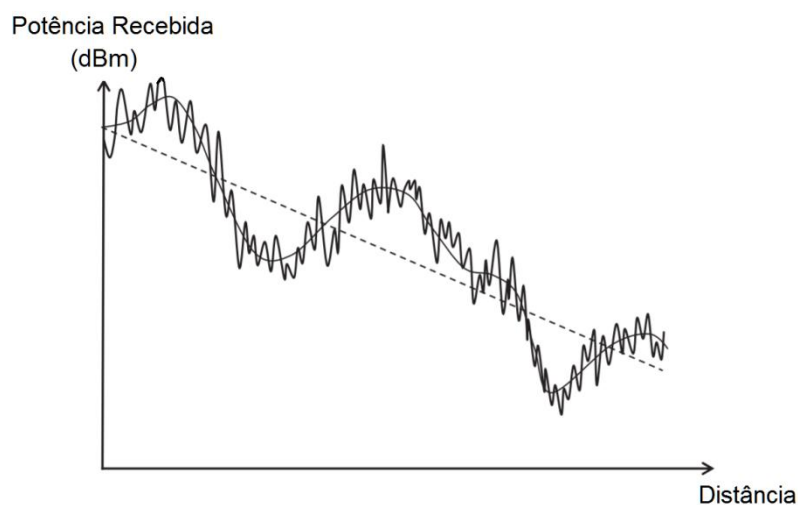


Figura 2.2 – Comportamento do sinal recebido em função da distância. Adaptado de [2].

Na Fig. 2.2, o sinal recebido é dado pela curva com maior variação. Note também que esta curva é composta pelo comportamento de três tipos diferentes de propagação, que juntas causam o desvanecimento do sinal transmitido. A primeira componente tem comportamento linear decrescente, o que sugere que a potência do sinal transmitido é reduzida com o aumento da distância. A segunda componente, conhecida com sombreamento, é dada pela curva com taxa de variação mais lenta, e representa os efeitos do bloqueio gerado por objetos proeminentes entre o transmissor e o receptor. Para a degradação gerada pela contribuição dessas duas componentes é dado o nome de desvanecimento em grande escala. Por fim, a terceira componente representa as características de um canal com multipercurso em cenários NLOS, denominada por desvanecimento em pequena escala. Explicando de maneira simples, os desvanecimentos em pequena escala ocorrem devido as interferências construtivas e destrutivas das componentes do sinal transmitido que chegam via caminhos distintos ao receptor.

A próxima seção apresenta algumas informações sobre a caracterização dos desvanecimentos em grande escala, que são aqueles provenientes do decaimento da potência do sinal transmitido em função da distancia entre os elementos da comunicação.

2.3 DESVANECIMENTO EM GRANDE ESCALA

Como dito acima, o desvanecimento em grande escala é definido como a perda de potência dos sinais transmitidos devido às grandes distâncias dos enlaces de comunicação. Neste contexto, é plausível assumir que dentro destas grandes áreas, delimitadas pelo receptor e transmissor, existam muitas estruturas com contornos proeminentes, tais como montanhas e prédios. Portanto, a perda por desvanecimento em grande escala pode ser expressa pela soma de duas componentes, elas são:

- I. A perda média da potência em função da distância, $\bar{L}_p(d)$;
- II. A variação sobre a perda média da potência, X_{σ} . Esta variação é conhecida como sombreamento e é denotada por. Ela é resultado;

A primeira componente é conhecida como perda média de caminho e é uma função que cresce em de acordo com a distância entre o transmissor e o receptor. A segunda componente, denotada comumente como sombreamento, é fruto das estruturas proeminentes no caminho do enlace da comunicação.

Na referência [3], a componente que produz a perda média da potência em função da distância é expressa como

$$\bar{L}_p(d) [\text{dB}] = L_{fs}(d_0) [\text{dB}] + 10 n \log_{10} \left(\frac{d}{d_0} \right), \quad (2.1)$$

em que $L_{fs}(d_0)$ é a perda no espaço livre dentro de um raio d_0 de distancia da antena transmissora e n é conhecido como expoente de decaimento da potência. Este expoente depende das alturas das antenas, da frequência da portadora e do ambiente de propagação. Para ambientes com muita obstrução, n é maior do que 2, que é o expoente de decaimento para a propagação no espaço livre, e para ambientes que guiam ondas eletromagnética, n é menor. No modelo exposto pela Eq. (2.2), é definido a perda no espaço como sendo

$$L_{fs}(d_0) [\text{dB}] = 20 \log_{10} \left(\frac{4 \pi d_0}{\lambda} \right). \quad (2.2)$$

A segunda componente do desvanecimento em grande escala, é a variação ($X_{\sigma_{somb}}$) sobre a perda média da potência ($\bar{L}_p(d)$), ela é uma variável aleatória Gaussiana com média nula e desvio padrão σ_{somb} . Portanto, o desvanecimento em grande escala pode ser computado da seguinte maneira

$$L_p(d) [\text{dB}] = L_{fs}(d_0) [\text{dB}] + 10 n \log_{10} \left(\frac{d}{d_0} \right) + X_{\sigma_{somb}}. \quad (2.3)$$

A Fig. 2.3 a seguir mostra uma simulação computacional do comportamento da perda de potência por caminho para uma comunicação sem fio. Nesta simulação, gerou-se 10 amostras de sombreamento para uma desvio padrão $\sigma_{somb} = 8$ dB. Um expoente de decaimento $n = 3,8$ foi usado para decair a potência a partir de uma distancia de referência $d_0 = 100$ m para uma frequência de portadora $f = 1,9$ GHz.

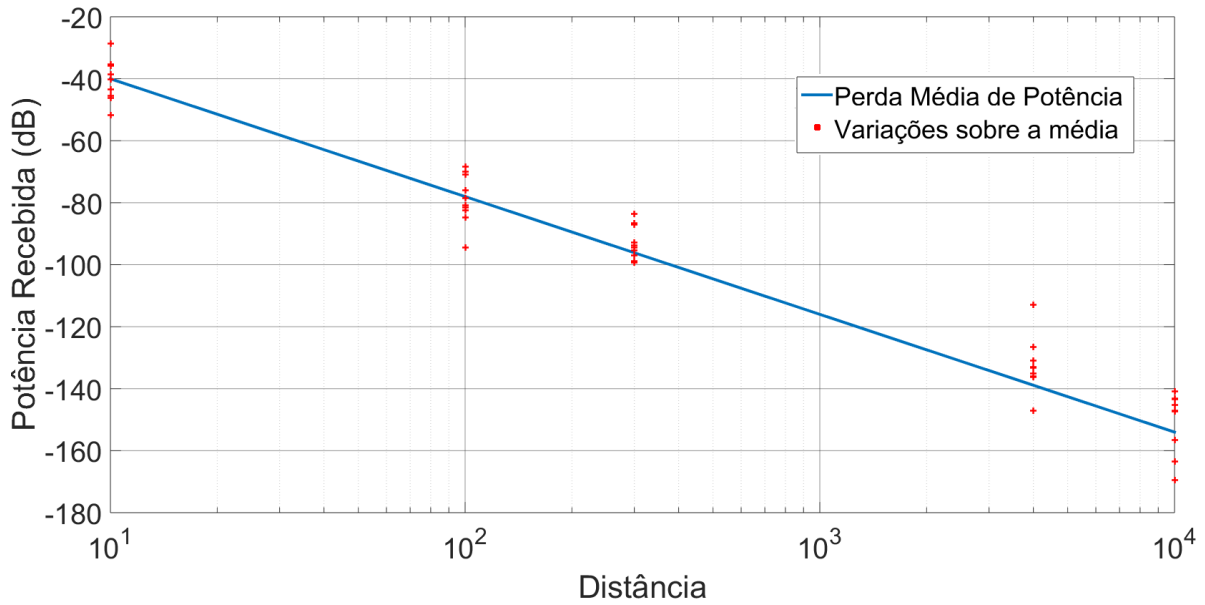


Figura 2.3 – Comportamento da perda de potência por caminho.

Uma maneira útil de representar a forma como desvanecimento em grande escala afeta o sinal transmitido é dada por:

$$m(t) = s(t) \cdot \sqrt{\beta}, \quad (2.4)$$

em que

$$\beta = 1/10^{\frac{L_p(d)[dB]}{10}}. \quad (2.5)$$

2.4 DESVANECIMENTO EM PEQUENA ESCALA

Os desvanecimentos em pequena escala são produzidos por causa de pequenas mudanças no ambiente ou por pequenas movimentações de algum dos elementos da comunicação, alterando os caminhos de propagação a cada instante de tempo.

Para melhor entendimento, considere o cenário mostrado na Fig. 2.4. Observe que o sinal transmitido viaja por múltiplos percursos até chegar ao seu destino, fazendo com que o sinal recebido seja constituído de diversas componentes discretas, conhecidas como *taps*.

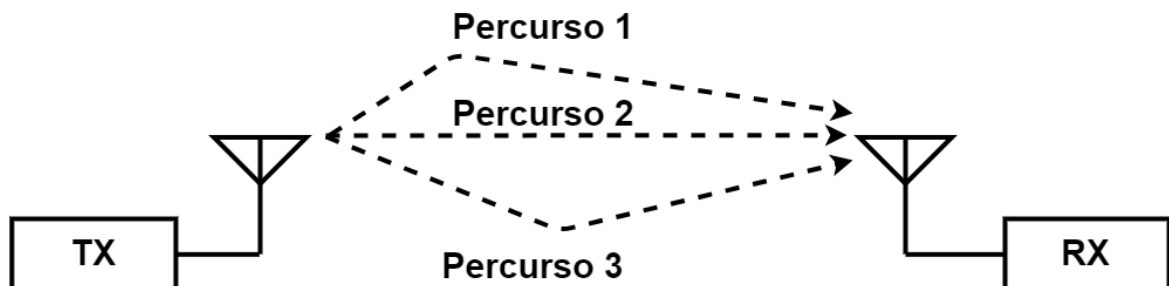


Figura 2.4 – Fenômeno do Multipercurso.

Note que, na Fig. 2.4, a componente de linha de visada é representada pelo segundo percurso e as demais representam as componentes de NLOS. Observe também que alguns percursos são mais longos que os outros, e por este motivo, a resposta de um canal de multipercurso é variante no tempo, isto é, um sinal transmitido a cada instante de tempo chega ao receptor por diversos caminhos com diferentes ganhos e atrasos. Devido a tal comportamento no tempo, é possível representar a resposta de um canal com multipercurso da maneira como é mostrado na Fig. 2.5.

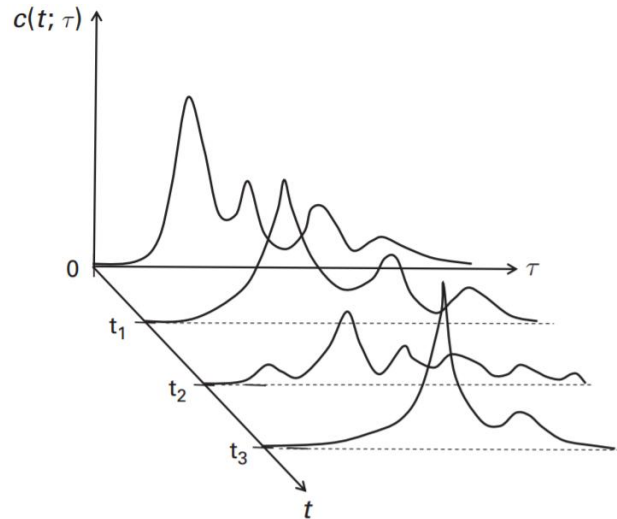


Figura 2.5 – Função genérica da resposta de um canal multipercurso variante no tempo.
Adaptado de [2].

Na Fig. 2.5, $c(t; \tau)$ representa a resposta do canal com multipercurso, t representa o instante de tempo nos quais são transmitidos sinais e τ que cada uma das componentes do sinal sofre por viajarem percursos distintos.

Com esta noção sobre o comportamento dos canais com multipercurso, é possível caracterizá-los em função de algumas propriedades intrínsecas, ou seja, parâmetros que são inerentes ao canal e que não dependem da natureza do sinal transmitido.

No domínio do atraso, existem dois parâmetros que caracterizam a resposta da interface aérea, eles são: O espalhamento por atraso entre multipercursos, T_m , e a banda de coerência, B_c . Já no domínio do tempo, outros dois parâmetros caracterizam o mesmo canal, sendo eles o espalhamento Doppler (*Doppler Spread*), B_d , e o intervalo de coerência, T_c .

Nas próximas duas subseções, são apresentadas os conceitos físicos de cada parâmetro, para que na subseção 2.4.3 possa ser feita a classificação dos tipos de desvanecimento em pequena escala desse tipo de canal.

2.4.1 Caracterização por Parâmetros Relacionados ao Atraso

Como dito anteriormente, os dois parâmetros relacionados ao atraso são o espalhamento por atraso entre multipercursos, T_m , e a banda de coerência, B_c . Estes dois parâmetros são capazes de caracterizar o canal de multipercurso em termos da dispersão no tempo que eles produzem a um impulso.

O espalhamento de atraso entre multipercursos é um parâmetro que mede a extensão dos atrasos de propagação das componentes de um sinal transmitido. Essa extensão pode ser observada ao se gerar *Power Delay Profile* (PDP) do canal multipercurso.

É por meio da PDP que é verificado a potência média de um caminho de propagação varia em função do tempo de atraso. De modo geral, a PDP é uma função que decresce em função do atraso, o que é plausível, pois atrasos maiores indicam que a energia irradiada viajou caminhos maiores. Dentro desse contexto, é definido com espalhamento de atraso entre multipercursos ou máximo excesso de atraso, o intervalo de tempo de atraso T_m entre a maior e a menor componente da PDP. O valor quadrático médio do máximo excesso de atraso é denotado por σ_τ .

O outro parâmetro que caracteriza o canal com multipercurso é a banda de coerência, B_c . Este parâmetro caracteriza o alcance de frequências na qual um canal de comunicação responde com ganhos iguais e atrasos iguais a todas as componentes espectrais de um sinal. Tal parâmetro pode ser medido pela função obtida pela transformada de Fourier da PDP, chamada de *Spaced-Frequency Correlation*. Esta função permite compreender a correlação da resposta do canal para dois impulsos espaçados na frequência. De modo geral, quanto mais espaçados na frequência os impulso estiverem, menos correlacionados eles serão, isto implica o canal responde de maneira distinta para portadoras muito espaçada na frequência. Uma forma de expressar o grau de correlação proporcionado pela banda de coerência é por meio de porcentagens dela. Uma banda que proporciona 50% de correlação pode ser calculada como [2]:

$$B_{c,50} \simeq \frac{1}{5\sigma_\tau}. \quad (2.6)$$

Na Fig. 2.6, são apresentados os conceitos explicados nesta subseção e qual a relação entre eles.

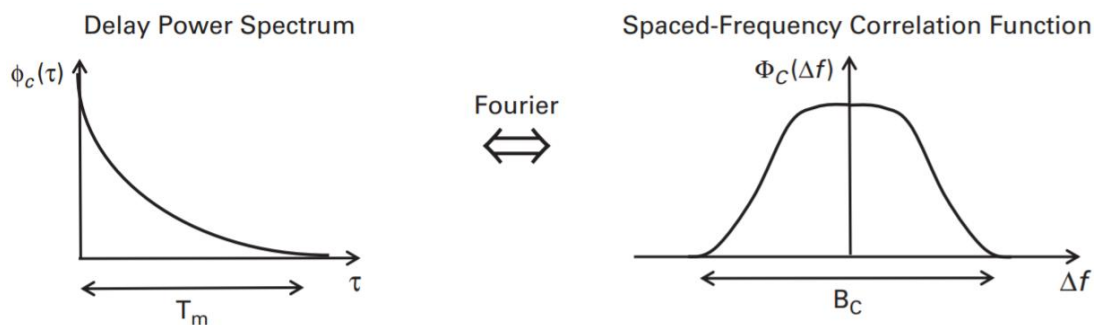


Figura 2.6 – Relação entre o *Power Delay Profile* e a função *Spaced-Frequency Correlation*. Adaptado de [2]

2.4.2 Caracterização por Parâmetros Relacionados ao Tempo

Nesta subseção são expostos os parâmetros relacionados à variação do tempo, eles são o espalhamento Doppler, B_d , e o intervalo de coerência, T_c . Ambos os parâmetros estão caracterizam o espalhamento de sinais na frequência causado por canais de multipercurso.

De acordo com [2], o espalhamento Doppler se refere ao alargamento da banda do sinal transmitido quando este é propagado por um canal de multipercurso. Este espalhamento da banda ocorre devido a pequenas mudanças entre o transmissor, receptor e espalhadores.

Quando um transmissor se move ao longo de um ambiente com espalhadores, a banda do sinal recebido no receptor é formada não só pela a banda da componente de LOS, mas também pela a banda das componentes que chegam via caminhos NLOS. Isto ocorre porque as pequenas movimentações dos elementos produzem o efeito Doppler no sinal transmitido. Deste modo, quando um sinal de frequência f_c é enviado por um transmissor que se move com velocidade V em direção a um espalhador, ele é recebido no espalhador com frequência $f_c + f_d$, em que $f_d = Vf_c/c$ e c é a velocidade da luz. Assim, a componente de NLOS produzida neste espalhador chega ao receptor com na frequência central $f_c + f_d$.

A maneira de perceber como este efeito altera a potência do sinal transmitido é por meio do *Doppler Power Spectrum* em função do deslocamento na frequência, denotado por V . Neste espectro é possível perceber que a potência do sinal recebido tende a zero quando o deslocamento na frequência tende a $\pm\infty$. Neste sentido, denota-se por espalhamento Doppler, B_d , a banda do *Doppler Power Spectrum*.

O outro parâmetro de caracterização do canal relacionado ao tempo é o intervalo de coerência, T_c , que pode ser obtido pela função *Spaced-Time Correlation*. De acordo com [2], o intervalo de coerência é o máximo tempo que pode passar entre a transmissão de dois sinais idênticos e ainda existir uma alta probabilidade dos sinais recebidos serem bastante correlacionados. Também em [2], é apresentado a seguinte maneira de se obter o intervalo de coerência para uma correlação de 50%:

$$T_{c,50} = \frac{9}{16\pi B_d}. \quad (2.7)$$

A Fig. 2.7 apresenta a relação entre a função *Spaced-Time Correlation* e o *Doppler Power Spectrum*.

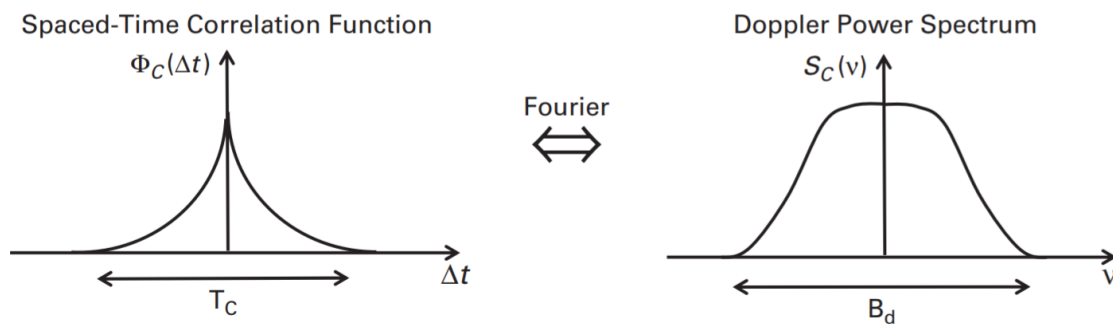


Figura 2.7 – Relação entre a função *Spaced-Time Correlation* e o *Doppler Power Spectrum*. Adaptado de [2]

2.4.3 Tipos de Desvanecimento em Pequena Escala

Com o conhecimento dos parâmetros que caracterizam um canal de multipercurso, é possível agora classificar os tipos de desvanecimento em pequena escala nos quais estão sujeitos os sinais que propagam através de um canal de multipercurso. Esta classificação leva em consideração a relação entre as propriedades intrínsecas da interface com multipercurso e a natureza dos sinais transmitidos. Considerando um sinal com tempo de banda B e tempo de símbolo T_s , os possíveis tipos de desvanecimento em pequena escala que este pode sofrer são:

- I. Desvanecimento Plano: Um canal é dito como plano se a largura de banda do sinal $B < B_c \Rightarrow T_s > T_m$;
- II. Desvanecimento Seletivo na Frequência: Um canal é dito seletivo na frequência se a largura de banda do sinal $B > B_c \Rightarrow T_s < T_m$;
- III. Desvanecimento Rápido: Quando um canal muda rapidamente se comparado à taxa na qual o sinal transmitido varia ($B < f_d \Rightarrow T_s > T_0$), ele é dito como um canal de desvanecimento rápido; e
- IV. Desvanecimento Lento: Quando um canal muda lentamente se comparado à taxa na qual o sinal transmitido varia ($B > f_d \Rightarrow T_s < T_0$), ele é dito como um canal de desvanecimento lento;

De maneira simplificada, um desvanecimento seletivo na frequência implica que o canal não introduz um ganho constante em todas as componentes espectrais do sinal, e o comportamento contrário é característica dos canais com desvanecimento plano. Da mesma forma, um desvanecimento do tipo rápido implica em diversas mudanças em um símbolo transmitido. O fenômeno oposto caracteriza canais com desvanecimento lento.

Em [2] é mostrado que, as características estatísticas do desvanecimento em pequena escala para ambientes com desvanecimento plano seguem a distribuição ou de Rayleigh ou de Rice, a depender da presença de componentes de LOS.

Neste trabalho, os cenários são considerados apenas aqueles nos quais os canais multipercurso trabalha na condição NLOS com desvanecimento plano. Portanto, os coeficientes de pequena escala aqui tratados seguem uma distribuição Rayleigh. Assim, a magnitude da resposta do canal é uma variável aleatória com a seguinte distribuição:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma^2} e^{\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)} & \text{para } r \geq 0 \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (2.8)$$

em que σ^2 é a variância da distribuição.

2.5 PROPAGAÇÃO DE SINAIS EM SISTEMAS MIMO

A tecnologia MIMO se baseia no uso de inúmeras antenas no receptor e no transmissor para a transmissão simultânea de dados em sistemas de comunicação sem fio. Ela se trata de uma

tecnologia emergente que tem o objetivo de tornar escalável a tecnologia MIMO por meio do aumento excessivo do número de antenas nos elementos comunicantes.

No Capítulo 1, são mostradas as vantagens que um sistema MIMO massivo pode introduzir nas redes de dados atual e os problemas que ainda precisam ser resolvidos para o seu bom funcionamento. Desta forma, esta seção tem a intenção de apresentar de maneira breve, como são propagados os dados nesse tipo de sistema, como são alocados os sinais de treinamento e como são estimadas as respostas do canal.

Considere uma estação rádio base (BS) com M antenas que servem N_u usuários. De acordo com [2], o sinal transmitido pela BS que chega ao k -ésimo usuário é dado por:

$$y_{U_k} = \sum_{j=1}^M h_{kj} s_j + z_k, \quad (2.9)$$

em que h_{kj} representa o desvanecimento em pequena escala entre k -ésimo usuário e a j -ésima antena da BS, s_j representa o sinal transmitido pela j -ésima antena da BS e z_k é o ruído térmico gerado pela cadeia de recepção do usuário. Para a situação descrita acima, é possível reescrever a Eq. (2.9) na seguinte forma matricial:

$$\mathbf{y}_U = \mathbf{h} \mathbf{s} + \mathbf{z} \quad (2.10)$$

em que

$$\mathbf{h} = \begin{pmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_u 1} & \cdots & h_{N_u M} \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

$$\mathbf{s} = (s_1 \quad \cdots \quad s_M)^T, \quad (2.12)$$

$$\mathbf{z} = (z_1 \quad \cdots \quad z_{N_u})^T \quad (2.13)$$

e

$$\mathbf{y}_U = (y_1 \quad \cdots \quad y_{N_u})^T. \quad (2.14)$$

Note que o sinal que chega a um determinado usuário é uma combinação linear dos sinais transmitidos por todas as antenas da BS. Assim, em um sistema MIMO massivo sem algum tipo de pré-codificação, os sinais transmitidos por todas as antenas da BS chegam a todos os usuários que ela atende sem distinção de destino.

Para resolver tal problema, são sugeridos em alguns estudos a construção de matrizes de pré-codificação por meio da obtenção CSI. São encontradas na literatura de sistemas MIMO massivo duas abordagens para estimação da resposta do canal: por meio de métodos com sinais treinamento (pilotos) e métodos do tipo *blind* (sem pilotos).

Como o foco deste trabalho é a mitigação da contaminação de pilotos, são tratados aqui apenas técnicas e problemas relacionados aos sinais de treinamento. Portanto, são apresentados nas próximas subseções: As fases de comunicação em sistemas MIMO com uso de pilotos, o conceito de reciprocidade e a alocação de pilotos para obtenção da CSI.

2.5.1 Fases da Comunicação, Reciprocidade e Alocação Pilotos

Inicialmente, conceituam-se sinais pilotos como sinais de treinamento utilizados para a estimação do canal, ou seja, para a obtenção da CSI. Estes sinais são atribuídos aos usuários do sistema e são previamente conhecidos pelas BSs. Uma característica muito importante desses sinais é ortogonalidade entre eles, pois sem ela, como é mostrado mais para frente, a contaminação de pilotos ocorre, prejudicando todas as operações que dependem do conhecimento da resposta do canal.

Como visto nas seções 2.3 e 2.4, os canais de propagação são variantes por causa de pequenas mudanças realizadas no ambiente ou por alguma movimentação dos elementos comunicantes. Foi visto também que, a depender do canal e do sinal transmitido, existem situações em que a resposta da interface aérea é ideal, e são nessas situações que a transferência de dados deve ocorrer. A Fig. 2.8 explica o motivo.

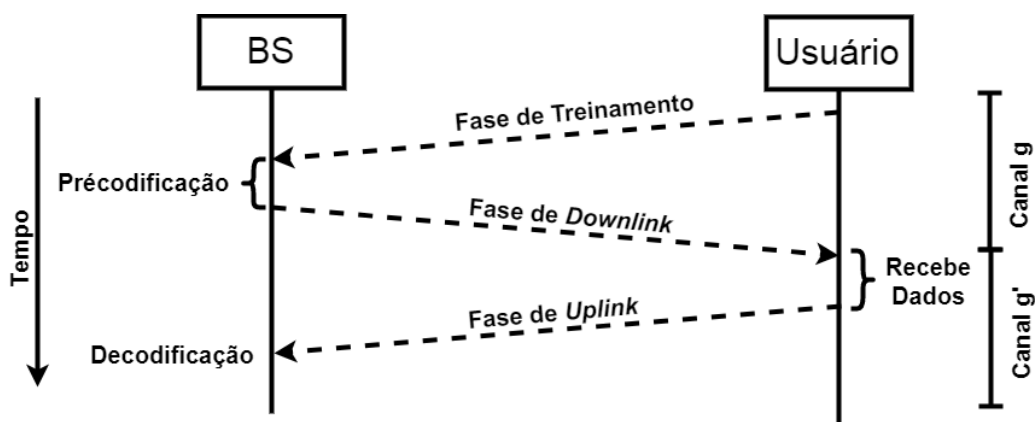


Figura 2.8 – Fases da comunicação.

De modo geral, como mostra a Fig. 2.8, BSs e usuários realizam a comunicação em três fases: Treinamento, *downlink* e *uplink*. Na primeira fase, os usuários da rede enviam sinais de treinamento para as BSs, e por meio desses sinais elas realizam estimação do canal \mathbf{g} . Com a obtenção do canal estimado, as BSs produzem matrizes de pré-codificação, que são responsáveis por direcionar dados para usuários específicos, e transmitem sinais de *downlink*. Ao receber os dados enviados pelas BSs, os usuários começam a transmitir dados de *uplink*, que são decodificados pelas BSs por meio de uma operação com \mathbf{g} .

Da Fig. 2.8, é possível perceber que o canal de propagação deve permanecer constante durante as três fases da comunicação, ou seja, $\mathbf{g} = \mathbf{g}'$. Para ficar mais claro, considere a situação em que $\mathbf{g} \neq \mathbf{g}'$ e que \mathbf{g}' ocorra antes da operação de pré-codificação. Se isto acontecer, as matrizes de pré-codificação não terão propósito algum, já que os sinais de *downlink* irão se propagar pelo canal \mathbf{g} enquanto o usuário recebe dados por \mathbf{g}' . Do mesmo modo, se \mathbf{g}' acontecer depois da operação de pré-codificação e antes da operação de decodificação, esta última não cumprirá o seu papel, pois ela depende da estimativa de \mathbf{g} .

Diz-se que um canal é recíproco quando ele permanece imutável durante as três fases da comunicação ($\mathbf{g} = \mathbf{g}'$). Isto implica que resposta do canal no *downlink* é igual ao transposto da resposta do *uplink*.

Sabe-se que os sistemas de comunicações sem fio atuais são sistemas que operam em banda larga. Assim, é plausível assumir que estes sistemas estão sujeitos ao desvanecimento seletivo na frequência, pois $B \gg B_{c,50}$.

Para que eles trabalhem sobre um canal ideal de propagação, são feitas modificações nos sinais a serem transmitidos. Tais modificações fazem com que os sinais se enquadrem nas condições em que $T_s < T_{c,50}$ e $B < B_{c,50}$. Uma técnica bastante conhecida capaz de realizar esse feito é o OFDM (*orthogonal frequency division multiplex*).

De acordo com [2], O OFDM é uma técnica de multiplexação que cria múltiplas subportadoras ortogonais com o intuito de combater o desvanecimento seletivo na frequência. Explicando de uma maneira simples, a ideia desta técnica é dividir o sinal banda larga em sub-bandas de tamanho Δ_{OFDM} para que cada uma delas experimente um desvanecimento do tipo plano, que por consequência reduz as interferências inter-simbólicas induzidas por canais seletivos. Assim, o número de subportadoras que cabem dentro da banda de coerência pode ser dada como

$$N_{sub} = \frac{B_{c,50}}{\Delta_{OFDM}}. \quad (2.15)$$

Quando o OFDM é aplicado, ele produz símbolos OFDM de duração T_{OFDM} , em que

$$T_{OFDM} = \frac{1}{\Delta_{OFDM}} = N_{sub} T_s \leq T_{c,50}. \quad (2.16)$$

Portanto, em um sistema com o OFDM, é necessário a transmissão de uma subportadora com sinais pilotos a cada $B_{c,50}$ e um símbolo OFDM contendo pilotos a cada $T_{c,50}$, obtendo-se assim a CSI para aquela comunicação.

Outra característica dos sistemas de comunicação sem fio atuais é que eles transmitem dados em enlaces *full-duplex*. Para que isso ocorra é necessário utilizar um esquema de duplexação. Assim, os esquemas FDD e TDD são discutidos a seguir com o objetivo de destacar aquele esquema que apresenta maior benefício ao sistema em termos de escalabilidade, consumo de recursos e reciprocidade.

Como dito acima, um canal é considerado recíproco quando a sua resposta no *downlink* é igual ao transposto da resposta do *uplink*. Neste sentido, considere o exemplo de um sistema de comunicação MIMO em que o canal de propagação tem uma banda Doppler $B_d = 10\text{Hz}$ e um *Delay Spread* $\sigma_\tau = 20\mu\text{s}$. Considere também que este sistema trabalha em uma banda $B = 10\text{MHz}$ e utiliza o OFDM, em que é gasto com prefixo cíclico um tempo $T_{CP} = 20\mu\text{s}$ e que a duração de um símbolo OFDM é $T_{OFDM} = 10T_{CP}$. Assim, para este sistema, tem-se que a banda de coerência é igual a

$$B_{c,50} = \frac{1}{5\sigma_\tau} = \frac{1}{5 \times 20 \times 10^{-6}} = 10 \text{ KHz} \quad (2.17)$$

e que o intervalo de coerência é

$$T_{c,50} = \frac{9}{16\pi B_d} = 19,7 \text{ ms}. \quad (2.18)$$

A quantidade de símbolos OFDM que sofrem desvanecimento lento dentro do intervalo de coerência é dado por

$$T = \frac{T_{c,50}}{T_{OFDM}} = \frac{17,9 \text{ ms}}{10 \times 20 \mu\text{s}} \cong 89 \text{ símbolos OFDM.} \quad (2.19)$$

E a quantidade de subportadoras OFDM que sofrem desvanecimento plano dentro da banda de coerência é

$$N_{sub} = \frac{B_{c,50}}{1/T_{OFDM}} = \frac{10 \text{ KHz}}{5 \text{ KHz}} = 2 \text{ subportadoras OFDM.} \quad (2.20)$$

Este sistema é representado na Fig. (2.9) para os dois tipos de duplexação.

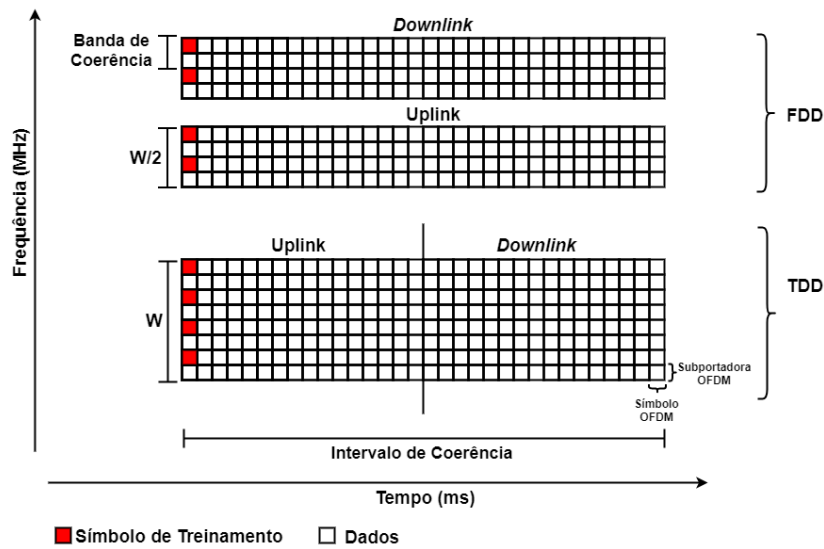


Figura 2.9 – Alocação de Pilotos para os esquemas TDD e FDD.

É possível notar da Fig. 2.9 que, para o esquema FDD, a resposta do canal no domínio do tempo é a mesma para ambos os sentidos da comunicação, mas isto não ocorre no domínio da frequência, já que a banda de transmissão B é muito maior que $B_{c,50}$. Desta maneira, é difícil afirmar que há reciprocidade no canal e, portanto, será necessário um protocolo de *feedback* para que a BS obtenha a CSI, em que a BS envia pilotos e o usuário retorna as matrizes com as estimativas da resposta do canal. O problema de se implementar o *feedback* é que quanto maior o número de antenas na BS, mais respostas do canal são estimadas e mais *overhead* no sistema é gerado.

Em contrapartida, no esquema TDD, a resposta do canal nos domínios do tempo e da frequência são as mesmas para ambos os sentidos da comunicação, o que torna sistema recíproco e sem necessidade de uma reposta do usuário. Assim, é possível construir um sistema em que o aumento da quantidade de antenas na BS não implique em um aumento de *overhead* no quadro TDD, permitindo então que o sistema seja escalável, o que propõe o MIMO massivo.

Apesar desta conclusão, existem estudos que propõem sistemas MIMO massivo com o emprego do FDD, porém não estão no escopo deste trabalho, pois a proposta para a mitigação da contaminação de pilotos apresentada aqui utiliza o TDD.

2.5.2 A Estimação do Canal

Em sistema MIMO massivo que utilizam o TDD, a estimação é feita por meio dos pilotos enviados pelos usuários para as BSs. Portanto, nesta subseção é mostrada a importância da ortogonalidade dos sinais pilotos de usuários distintos no processo de obtenção da CSI, como também o processo realizado para a estimação do canal, em que este é o processo utilizado no sistema aqui trabalhado.

De acordo com [2], existem três formas de ortogonalidade que podem ser aplicadas aos sinais pilotos, elas são: a ortogonalidade temporal, a ortogonalidade na frequência e a ortogonalidade de sinais. A Fig. 2.10 mostra como funcionam cada uma delas.

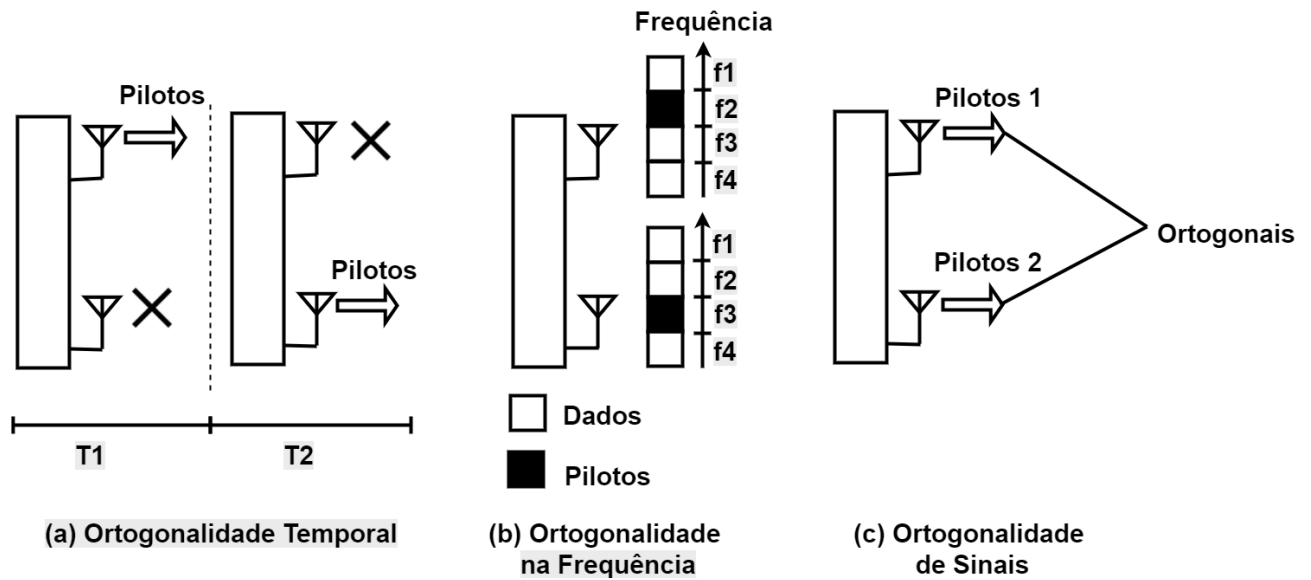


Figura 2.10 – Tipos de alocação de pilotos para garantir a ortogonalidade

Na ortogonalidade no tempo, indicada na Fig. 2.10 por (a), os sinais pilotos podem ser transmitidos na mesma frequência, porém sua ortogonalidade é garantida via a transmissão em tempos distintos. O outro tipo de ortogonalidade é o da frequência, os sinais pilotos podem ser transmitidos simultaneamente, porém trabalham em frequências distintas. Por último, na ortogonalidade entre sinais, é possível transmitir simultaneamente e na mesma frequência, pois as características dos seus símbolos garantem a ortogonalidade.

Em [2], é mostrado também que, as sequências de sinais pilotos devem ter as seguintes propriedades para que a ortogonalidade seja garantida:

- I. O tamanho da sequência de pilotos, denotada por K , deve ser maior ou igual à quantidade de usuários em uma célula, N_u , matematicamente falando, $K \geq N_u$;
- II. A segunda propriedade é $\langle \boldsymbol{\psi} \boldsymbol{\psi}^H \rangle = K \mathbf{I}_M$, em que $\boldsymbol{\psi}$ é a matriz das sequências de pilotos, com dimensões $N_u \times K$, e \mathbf{I}_M é uma matriz identidade de dimensões $M \times M$;

Para exemplificar com é feita a estimação do canal utilizada neste trabalho e destacar a importância da ortogonalidade das sequências de pilotos, considere uma célula com três usuários e uma BS composta por M antenas. Neste sistema, são atribuídas para cada usuário as seguintes sequências pilotos: $\boldsymbol{\psi}_1 = \sqrt{3}[1, 0, 0]$, $\boldsymbol{\psi}_2 = \sqrt{3}[0, 1, 0]$ e $\boldsymbol{\psi}_3 = \sqrt{3}[0, 0, 1]$, em que os subscritos 1, 2 e 3 identificam cada usuário. Portanto, tem-se que a matriz das sequências pilotos da célula é

$$\boldsymbol{\psi} = \sqrt{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

Note que a matriz $\boldsymbol{\psi}$ tem as duas propriedades destacadas acima.

Agora assumamos que elas foram transmitidas em um sistema MIMO da mesma maneira como mostrada na Eq. (2.9). Tem-se então que

$$\mathbf{y}_B = \mathbf{h} \boldsymbol{\psi} + \mathbf{z}. \quad (2.22)$$

Substituindo os termos por suas respectivas matrizes, obtém-se

$$\mathbf{y}_B = \sqrt{3} \begin{bmatrix} h_{11} & \dots & h_{13} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M1} & \dots & h_{M3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{11} & \dots & z_{13} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{M1} & \dots & z_{M3} \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

No sistema modelo utilizado neste trabalho, a estimação do canal é feita da seguinte forma

$$\hat{\mathbf{h}} = \frac{\mathbf{y}_B \boldsymbol{\psi}^\dagger}{K}. \quad (2.24)$$

Realizando a operação acima, obtem-se

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{h}} = & \frac{(\sqrt{3})^2}{3} \begin{bmatrix} h_{11} & \dots & h_{13} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M1} & \dots & h_{M3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^\dagger \\ & + \begin{bmatrix} z_{11} & \dots & z_{13} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{M1} & \dots & z_{M3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^\dagger. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Portanto, a matriz de canal estimada pode ser dada por

$$\hat{\mathbf{h}} = \underbrace{\begin{bmatrix} h_{11} & \dots & h_{13} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M1} & \dots & h_{M3} \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de canal}} + \underbrace{\begin{bmatrix} z_{11} & \dots & z_{13} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{M1} & \dots & z_{M3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^\dagger}_{\text{Erro da estimativa}}. \quad (2.26)$$

Note que a matriz estimada não é igual à matriz de respostas do canal. Isto se deve ao erro na estimativa introduzido pelo ruído térmico da BS. Observe também que, caso dois usuários compartilhem as mesmas sequências de pilotos, a segunda propriedade não seria satisfeita, e

isso introduziria um erro a mais na estimativa do canal. A este erro é dado o nome de contaminação de pilotos e ele é abordado melhor nos próximos capítulos.

2.6 CONCLUSÕES PARCIAIS

Dentro do que foi discutido neste capítulo, é importante que o leitor tenha absorvido os seguintes pontos:

- I. A caracterização do canal, pois o sistema aqui proposto propaga seus sinais sobre canais de multipercurso;
- II. A maneira como os sinais se propagam em sistemas MIMO e a importância das matrizes de pré-codificação;
- III. A reciprocidade e a sua influência nas fases da comunicação; e
- IV. A importância da ortogonalidade entre os sinais de treinamento;

3 MODELO DO SISTEMA MIMO MASSIVO

Este capítulo apresenta um modelo de sistema MIMO massivo. São apresentados o funcionamento do sistema, o cálculo das suas SINRs e os atores que causam interferência.

3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, é apresentado o modelo de um sistema MIMO Massivo como exposto em [4], conhecido como sistema de pilotos alinhados. Neste sistema é verificado que a contaminação de pilotos é presente e suas justificativas estão discutidas ao longo do capítulo. Assim, são abordadas aqui todas as suposições, hipóteses e parâmetros do sistema, bem como os modelos matemáticos para cada uma das fases de comunicação (treinamento, *downlink* e *uplink*).

Também é apresentado um algoritmo de distribuição de potências nas BSs durante a fase de *downlink*, pois no Capítulo 4 é utilizada uma versão adaptada de tal algoritmo como complemento da solução proposta para a mitigação de pilotos. Por último, é feita uma análise comparativa, por meio de simulações computacionais, entre sistemas que distribuem igualmente as potências para seus usuários e sistemas que utilizam tal algoritmo de distribuição.

3.2 SUPOSIÇÕES INICIAIS DO SISTEMA

Neste tópico, são apresentadas as suposições iniciais do modelo de um sistema MIMO massivo. Para melhor compreensão, tais pressupostos são divididos em quatro subseções. A primeira foi chamada de Arranjo Físico, Potências e Sequências Pilotos e apresenta as características das partes comunicantes, BS e usuários, dentro de uma célula, como o número de antenas e a distribuição dos usuários. A segunda, denotada por Coeficientes de Desvanecimento, aborda as propriedades dos coeficientes de grande e pequena escala. Por fim, é explicada a aplicação do OFDM no sistema modelo MIMO na subseção Modelos de Desvanecimento em Blocos.

3.2.1 Arranjo Físico, Potências e Sequências Pilotos

É considerado um sistema multicelular composto por L células hexagonais que operam na mesma banda. Assim, um sistema com reuso de frequência $r = 3$ tem L células trabalhando em cada uma das três bandas, ou seja, este sistema tem ao todo $3L$ células. Dentro de cada célula estão N_u usuários e uma BS, em que os usuários são constituídos de apenas uma antena e estão distribuídos uniformemente e a BS é composta por M antenas e está localizada no centro da célula.

Para a modelagem matemática, denomina-se por ρ_{kl} a potência do piloto que é transmitido pelo k -ésimo usuário pertencente a l -ésima célula e por P_{kl} a potência dos dados de *downlink* que são transmitidos pela l -ésima BS para o k -ésimo usuário.

Para realizar a estimação do canal entre BSs e usuários, são usadas as mesmas K sequências de pilotos ortogonais, em que cada sequência tem tamanho K . Assim, todos os k -ésimos usuários de todas as células utilizam uma sequência piloto que é representada pela vetor $\boldsymbol{\psi}_k = (\psi_{k1}, \dots, \psi_{kK})$, em que $|\psi_{kj}| = 1$. Tal normalização possibilita o isolamento da potência dos pilotos nos desenvolvimentos matemáticos que são apresentados neste capítulo. Portanto, supondo que as sequências piloto dos usuários dentro de uma mesma célula são ortogonais entre si, tem-se que $\langle \boldsymbol{\psi}_k^\dagger, \boldsymbol{\psi}_k \rangle = K \delta_{k,k'}$.

3.2.2 Coeficientes de Desvanecimento

O modelo do sistema MIMO massivo está representado na Fig. 3.1, em que \mathbf{g}_{ikl} é o vetor de canal contendo as respostas do canal entre k -ésimo usuário contido na l -ésima célula e as M antenas da i -ésima BS. O comportamento do canal é definido pelos coeficientes de grande e pequena escala, β_{ikl} e \mathbf{h}_{ikl} , respectivamente, e estão relacionados como $\mathbf{g}_{ikl} = \sqrt{\beta_{ikl}} \mathbf{h}_{ikl}$.

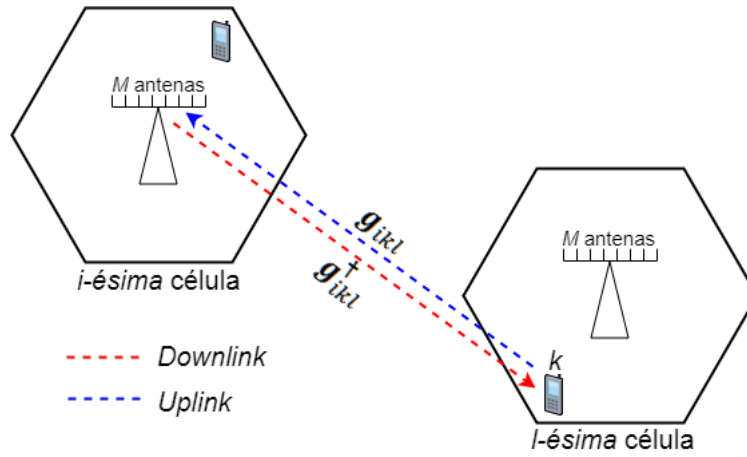


Figura 3.1 – Canais de propagação em um sistema MIMO massivo.

Os coeficientes de pequena escala são números complexos com distribuição normal de média nula e variância igual a 1, em que essa distribuição pode ser denotada por $\mathbf{h}_{ikl} \sim \mathbb{C}\mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$. As dimensões de \mathbf{h}_{ikl} para o modelo exposto são $M \times 1$.

Os coeficientes de grande escala são determinados pela distância entre receptores e transmissores. Assim, dado que a ordem de grandeza entre uma BS e os usuários do sistema é muito maior que o espaçamento entre as antenas da própria BS, são considerados iguais os coeficientes de grande escala entre as M antenas de uma BS e um determinado usuário. A variável β_{ikl} é modelada como

$$\beta_{ikl} = \frac{u_{ikl}}{r_{ikl}^\gamma}, \quad (3.1)$$

em que, de acordo com [5], r_{ikl} é a distância entre o k -ésimo usuário dentro da l -ésima célula e a i -ésima BS, γ é o expoente de decaimento e u_{ikl} é uma variável aleatória log-normal, ou seja, $10\log_{10}(u_{ikl})$ pertence a uma distribuição Gaussiana de média nula e desvio padrão σ_{somb} . Todas as variáveis aleatórias da Eq. (3.1) são estatisticamente independentes.

3.2.3 Modelo de Desvanecimento em Blocos

É considerado no modelo o uso do OFDM. Assim, dentro da banda de coerência é possível selecionar um bloco de N_{sub} subportadoras OFDM sujeitas a um mesmo desvanecimento plano. Como o canal varia a cada bloco de N_{sub} subportadora, é necessário que apenas uma destas carregue um sinal piloto. Assim, a quantidade máxima de usuários que uma célula pode atender é $N_u = K N_{sub}$.

Da mesma maneira, é possível supor que os coeficientes pequena escala são constante durante intervalos de T símbolos OFDM, em que vetores de canal em diferentes intervalos de coerência são probabilisticamente independentes.

A representação de um quadro do protocolo TDD está apresentada na Fig. 3.2, em que o tempo T de duração do quadro, que é menor ou igual à duração do intervalo de coerência, é dividido nas seguintes fases:

- Cada usuário transmite dados de *uplink* para suas respectivas BSs no período de U símbolos OFDM;
- Em seguida os usuários enviam seus sinais de treinamento de tamanho K símbolos OFDM para as BSs;
- As BSs estimam os vetores de canal e calculam as matrizes de pré-codificação, gastando um tempo de processamento igual a N ; e
- Por último as BSs transmitem dados de *downlink* para os seus usuários em um intervalo de D símbolos OFDM;

Dados os tempos gastos em cada fase da comunicação, tem-se que o intervalo o quadro TDD tem tamanho igual a $T = U + K + N + D$.



Figura 3.2 – Quadro do Protocolo TDD com $K = 5$, $D = 3$, $U = 2$ e $N = 1$.

3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA MIMO MASSIVO

Nesta seção é apresentada a modelagem matemática de um sistema MIMO massivo em cada fase de comunicação e o comportamento assintótico da SINR nas fases de *downlink* e *uplink* em função do número de antenas na estação rádio base, todos esses resultados são obtidos em [4].

3.3.1 A Fase de Treinamento

Na Fase de Treinamento, é suposto que todos os usuários do sistema transmitam simultaneamente suas sequências pilotos para suas respectivas BSs. Portanto, o sinal que chega para a i -ésima BS operando na frequência f_1 é resultado de uma combinação linear de todos os sinais transmitidos na mesma frequência, como mostrado na Fig. 3.3.

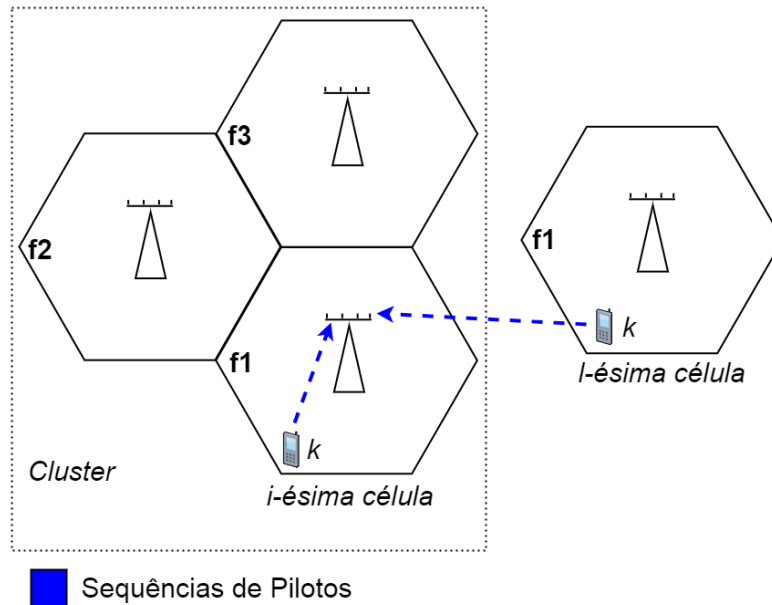


Figura 3.3 – Sinais de Treinamento que chegam em uma BS no sistema com pilotos alinhados.

Neste trabalho, as notações k e k' , como mostrado na Fig. 3.1, são identificadores de usuários, em que k' identifica um usuário com sequência de pilotos específica. Assim, quando $k' = k$, os usuários compartilham a mesma sequência de pilotos, caso contrário, supõe-se que suas sequências são ortogonais entre si. Compreendido essas notações, pode-se escrever o sinal recebido pela i -ésima BS na fase de treinamento como:

$$\mathbf{y}_{B_i} = \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K \sqrt{\rho_{kl} \beta_{ikl}} \mathbf{h}_{ikl} \boldsymbol{\psi}_k + \mathbf{z}_i, \quad (3.2)$$

em que termo $\mathbf{z}_i \in \mathbb{C}^{M \times K}$ é o ruído térmico presente na BS e é composto por variáveis aleatórias com distribuição i.i.d $\mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$.

Com a intenção de obter a CSI do usuário k' , a estação rádio base faz a seguinte operação de estimação de canal:

$$\hat{\mathbf{g}}_{ik'i} = \frac{\mathbf{y}_{B_i} \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K}. \quad (3.3)$$

Substituindo na Eq.(3.3) a expressão para \mathbf{y}_{B_i} , apresentada na Eq. (3.2), obtém-se

$$\hat{\mathbf{g}}_{ik'i} = \frac{(\sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K \sqrt{\rho_{kl} \beta_{ikl}} \mathbf{h}_{ikl} \boldsymbol{\psi}_k + \mathbf{z}_i) \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K}. \quad (3.4)$$

Multiplicando os termos dentro dos parênteses por $\boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger$ e com o prévio conhecimento de que $\langle \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger, \boldsymbol{\psi}_k \rangle = K \delta_{k,k'}$, tem-se que

$$\hat{\mathbf{g}}_{ikri} = \frac{\sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K \sqrt{\rho_{kl}} \beta_{ikl} \mathbf{h}_{ikl} \cdot K \delta_{k,k'} + \mathbf{z}_i \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K}. \quad (3.5)$$

Note que na expressão acima, o produto de Kronecker para $k \neq k'$ (usuários com sequências ortogonais entre si) é nulo, portanto, tornam-se nulos todos os termos do somatório em k nos quais tal situação ocorre, permanecendo apenas o somatório em l .

$$\hat{\mathbf{g}}_{ikri} = \frac{\sum_{l=1}^L \sqrt{\rho_{k'l}} \beta_{ik'l} \mathbf{h}_{ik'l} \cdot K \delta_{k',k'} + \mathbf{z}_i \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K}. \quad (3.6)$$

Com o intuito de evidenciar a contaminação de pilotos na estimativa do canal, reescreve-se o resultado obtido como

$$\hat{\mathbf{g}}_{ikri} = \sqrt{\rho_{k'ri}} \beta_{ik'ri} \mathbf{h}_{ik'ri} + \sum_{l=1, l \neq i}^L \sqrt{\rho_{k'l}} \beta_{ik'l} \mathbf{h}_{ik'l} + \frac{\mathbf{z}_i \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K}, \quad (3.7)$$

em que o primeiro termo é o canal que se deseja estimar, o segundo é a contaminação de pilotos pelos usuários das células vizinhas e o terceiro é a contribuição do ruído térmico.

Para realizar a próxima fase da comunicação, as BSs do sistema modelo calculam as matrizes de pré-codificação para os usuários k' por meio da técnica do Filtro Casado (MF – *Matched Filtering*). Assim, a matriz de pré-codificação para o k' -ésimo usuário da i -ésima célula é calculada como:

$$\mathbf{w}_{k'ri} = \frac{\hat{\mathbf{g}}_{ik'ri}}{\|\hat{\mathbf{g}}_{ik'ri}\|} = \frac{\hat{\mathbf{g}}_{ik'ri}}{\alpha_{k'ri} \sqrt{M}}, \quad (3.8)$$

em que $\alpha_{k'ri} = \frac{\|\hat{\mathbf{g}}_{ik'ri}\|}{\sqrt{M}}$ é um escalar usado para normalização.

É possível perceber que por causa da contaminação de pilotos presente na estimativa do canal, o papel das matrizes de pré-codificação no sistema modelo é prejudicado, ou seja, dados de *downlink* destinados aos k' -ésimos usuários das células vizinhas serão endereçados também ao k' -ésimo usuário da i -ésima célula. Este fato será evidenciado na próxima subseção, em que a contaminação de pilotos aparece reduzindo a SINR observada no *downlink*.

3.3.2 A Fase de *Downlink*

Nesta fase, após ter estimado o canal e obtido as matrizes de pré-codificação, as BSs transmitem dados aos seus usuários. Entretanto, como as matrizes de pré-codificação foram criadas por meio de estimativas contaminadas, os sinais transmitidos pelas BSs chegam aos seus respectivos usuários e também aos usuários das células vizinhas, como está mostrado na Fig. 3.2.

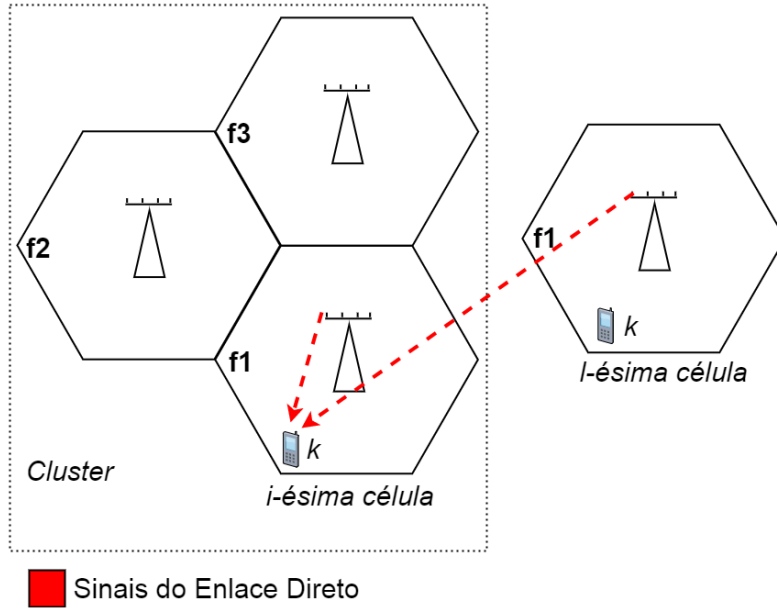


Figura 3.4 – Sinais do Enlace Direto que chegam em um usuário no sistema com pilotos alinhados.

Deste modo, o sinal que chega ao k' -ésimo usuário dentro da i -ésima é dado por

$$\mathbf{y}_{U_{k'i}} = \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K \sqrt{P_{kl} \beta_{lki}} \mathbf{h}_{lki}^\dagger \mathbf{w}_{kl} s_{kl} + v_{k'i}, \quad (3.9)$$

em que s_{kl} é o dado transmitido pela l -ésima BS para o k -ésimo usuário e $v_{k'i}$ é o ruído térmico com variância de uma unidade.

Na Eq. (3.9), as interferências no k' -ésimo usuário surgem de dados transmitidos pelas BSs vizinhas para os seus respectivos k' -ésimos usuários. Uma análise assintótica da SINR do *downlink* é feita em [4] para o caso em que $M \rightarrow \infty$. Esta análise é apresentada a seguir e comprova que as únicas componentes de interferência responsáveis para a diminuição da SINR são aquelas provenientes da contaminação de pilotos.

O Lema 1 a seguir é de muita utilidade para se encontrar o comportamento assintótico das SINRs do *downlink* e do *uplink*, tanto para o sistema apresentado neste capítulo quanto para o próximo.

Lema 1. *Sejam \mathbf{x} e $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{M \times K}$ dois vetores independentes com distribuição $\mathbb{C}\mathcal{N}(\mathbf{0}, c\mathbf{I})$. Então*

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\mathbf{x}^\dagger \mathbf{y}}{M} = 0 \text{ e } \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\mathbf{x}^\dagger \mathbf{x}}{M} = c. \quad (3.10)$$

Observe que a Eq. (3.9) é composta por dois termos. Sabe-se que a potência do segundo termo é um escalar que não cresce em função de M , portanto, fazendo uma aplicação direta do Lema 1, tem-se que

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\mathbb{E}[|v_{k'i}|^2]}{M} = 0. \quad (3.11)$$

Agora, denota-se por Q_{kl} uma das componentes de sinal que chega ao usuário (termos dentro do somatório em Eq. (3.9)) e por S_{kl} a variância de Q_{kl} . Assim, tem-se que

$$S_{kl} = \mathbb{E}[|Q_{kl}|^2] = \mathbb{E}\left[P_{kl} \beta_{ik'l} |\mathbf{h}_{lk'i}^\dagger \mathbf{w}_{kl}|^2 |s_{kl}|^2\right]. \quad (3.12)$$

Substituindo na expressão acima \mathbf{w}_{kl} por Eq. (3.8) e sabendo que $|s_{kl}|^2 = 1$, encontra-se o seguinte resultado:

$$S_{kl} = \mathbb{E}\left[P_{kl} \beta_{ik'l} \left|\mathbf{h}_{lk'i}^\dagger \frac{\hat{\mathbf{g}}_{lkl}}{\alpha_{kl} \sqrt{M}}\right|^2\right]. \quad (3.13)$$

Da mesma maneira, substituindo $\hat{\mathbf{g}}_{lkl}$ pela expressão em Eq. (3.7), obtém-se

$$S_{kl} = P_{kl} \beta_{ik'i} \left| \frac{1}{\alpha_{kl} \sqrt{M}} \left(\sum_{l_1=1}^L \sqrt{\rho_{kl_1} \beta_{lk'l_1}} \mathbf{h}_{lk'i}^\dagger \mathbf{h}_{lk'l_1} + \mathbf{h}_{lk'i}^\dagger \frac{\mathbf{z}_i \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K} \right) \right|^2. \quad (3.14)$$

Por último, para facilitar a análise, são trazidos para fora os escalares que multiplicam os termos dentro dos parênteses, o que resulta a seguinte expressão:

$$S_{kl} = \left| \underbrace{\frac{1}{\sqrt{M}} \left(\sum_{l_1=1}^L \sqrt{\rho_{kl_1} \beta_{lk'l_1}} \mathbf{h}_{lk'i}^\dagger \mathbf{h}_{lk'l_1} + \mathbf{h}_{lk'i}^\dagger \frac{\mathbf{z}_i \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K} \right)}_{(a)} \right|^2 \underbrace{\frac{P_{kl} \beta_{ik'i}}{\alpha_{kl}^2}}_{(b)}. \quad (3.15)$$

Note que a potência S_{kl} é composta por duas funções de M , a função da parte (a) e da parte (b).

Para a análise da parte (a), é considerado primeiramente o caso em que $k = k'$ (usuários que compartilham a mesma sequência pilotos). Assim, realizando o limite em (a), obtém-se

$$\begin{aligned} \lim_{M \rightarrow \infty} (a) &= \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{M}} \left(\sum_{l_1=1}^L \sqrt{\rho_{k'l_1} \beta_{lk'l_1}} \mathbf{h}_{lk'i}^\dagger \mathbf{h}_{lk'l_1} + \mathbf{h}_{lk'i}^\dagger \frac{\mathbf{z}_i \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K} \right) \\ \lim_{M \rightarrow \infty} (a) &= \lim_{M \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{l_1=1}^L \sqrt{\rho_{k'l_1} \beta_{lk'l_1}} \mathbf{h}_{lk'i}^\dagger \mathbf{h}_{lk'l_1} \right) \\ &\quad + \lim_{M \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{M}} \mathbf{h}_{lk'i}^\dagger \frac{\mathbf{z}_i \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K} \right). \end{aligned} \quad (3.16)$$

Retirando do somatório o termo $l_1 = i$ e sabendo que segundo limite é igual a zero, pois $\mathbf{h}_{lk'i}^\dagger$ e \mathbf{z}_i são estatisticamente independentes, encontra-se o seguinte resultado:

$$\lim_{M \rightarrow \infty} (a) = \lim_{M \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{M}} \sqrt{\rho_{k'i} \beta_{l_{k'i}}} \mathbf{h}_{lk'i}^\dagger \mathbf{h}_{lk'i} + \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{l_1=1, l_1 \neq i}^L \sqrt{\rho_{k'l_1} \beta_{l_{k'l_1}}} \mathbf{h}_{lk'i}^\dagger \mathbf{h}_{lk'l_1} \right). \quad (3.17)$$

Da mesma maneira, sabe-se que $\mathbf{h}_{lk'i}^\dagger$ e $\mathbf{h}_{lk'l_1}$ para $l_1 \neq i$ também são estatisticamente independentes e que $\mathbf{h}_{lk'i} \sim \mathbb{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$. Assim, o resultado da aplicação do Lema 1 na Eq.(3.17) é

$$\lim_{M \rightarrow \infty} (a) = \sqrt{\rho_{k'i} \beta_{l_{k'i}}}. \quad (3.18)$$

Para o caso entre usuários que não compartilham a mesma sequência piloto ($k \neq k'$), tem-se que

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\mathbf{h}_{lk'i}^\dagger \mathbf{h}_{lk'l_1}}{M} = 0, \quad (3.19)$$

para qualquer valor de l_1 .

O mesmo desenvolvimento feito anteriormente é repetido para a parte (b), que é o quadrado do fator de normalização das matrizes de pré-codificação, denotado por α_{kl}^2 . Este limite é realizado em [4] e o resultado obtido é

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \alpha_{kl}^2 = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\|\hat{\mathbf{g}}_{ik'i}\|^2}{M} = \sum_{j=1}^L \sqrt{\rho_{kj} \beta_{lkj}} + \frac{1}{K}. \quad (3.20)$$

Os desenvolvimentos feitos para chegar na Eq.(3.20) estão no Anexo I.

Com os resultados encontrados na Eq. (3.18) e na Eq.(3.20), tem-se que

$$\lim_{M \rightarrow \infty} S_{k'l} = \frac{P_{k'l} \beta_{lk'i}}{\alpha_{k'l}^2} |\sqrt{\rho_{k'i} \beta_{l_{k'i}}}|^2 = \frac{P_{k'l} \rho_{k'i} \beta_{l_{k'i}}^2}{\alpha_{k'l}^2}. \quad (3.21)$$

Note que na Equação (3.9), a potência do sinal desejado é $S_{k'i}$ e as demais potências $S_{k'l}$, em que $l \neq i$, são interferências causadas por sinais que tinham como destino os usuários das células vizinhas. Portanto, a SINR do *downlink* para valores muito grandes de M é dada por

$$\zeta_{ik'}^D = \frac{S_{k'i}}{S_{k'l}} = \frac{P_{k'i} \beta_{l_{k'i}}^2 / \alpha_{k'i}^2}{\sum_{l=1, l \neq i}^L P_{k'l} \beta_{l_{k'i}}^2 / \alpha_{k'l}^2}, \quad (3.22)$$

em que $\alpha_{k'l}^2 = \sum_{j=1}^L \sqrt{\rho_{kj} \beta_{lkj}} + \frac{1}{K}$. Este resultado é apresentado no Teorema 1 da referência [4] e está apresentado a seguir.

Teorema 1. A SINR do downlink para o k' -ésimo usuário na i -ésima célula é

$$\zeta_{ik'}^D = \frac{P_{k'i} \beta_{ik'i}^2 / \alpha_{k'i}^2}{\sum_{l=1, l \neq i}^L P_{k'l} \beta_{lk'i}^2 / \alpha_{k'l}^2}, \quad (3.23)$$

em que $\alpha_{k'l}^2 = \sum_{j=1}^L \rho_{k'jl} \beta_{lk'jl} + \frac{1}{K}$.

No Teorema 1, fica evidente que as interferências produzidas pelo ruído térmico e pelos sinais *downlink* destinados a usuários com sequencias pilotos distintas ($k \neq k'$) desaparecem quando $M \rightarrow \infty$, vide resultados das Eq. (3.11), Eq. (3.18) e Eq. (3.19). Assim, as únicas componentes que diminuem a SINR do sistema são advindas da contaminação de pilotos.

3.3.3 A Fase de *Uplink*

Nesta fase, os usuários transmitem dados para suas respectivas BSs em um intervalo de U símbolos OFDM, porém, como no sistema é feita a reutilização da frequência, esses sinais transmitidos também chegam nas BSs vizinhas que operam na mesma banda. Este fato é representado na Fig. 3.3.

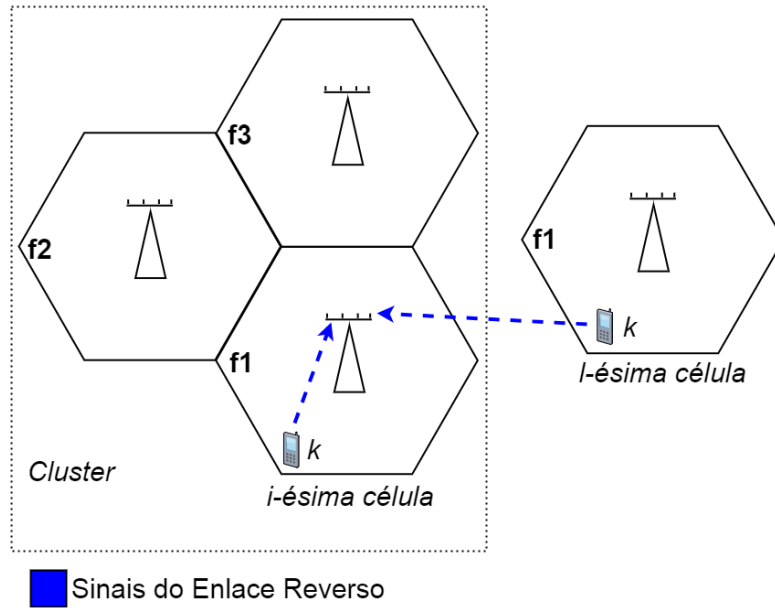


Figura 3.5 – Sinais do Enlace Reverso que chegam em uma BS no sistema com pilotos alinhados.

Deste modo, o sinal que chega na i -ésima BS é dado por

$$\mathbf{y}_{B_i} = \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K \sqrt{P_{kl}^U \beta_{ikl}} \mathbf{h}_{ikl} q_{kl} + \mathbf{n}_i, \quad (3.24)$$

em que P_{kl}^U é a potência do sinal de *uplink*, q_{kl} é o sinal que é transmitido pelo k -ésimo usuário para a l -ésima BS e \mathbf{n}_i é ruído Gaussiano aditivo branco.

Como o sinal percebido na BS é uma combinação de diversos sinais, é necessário que seja feita uma decodificação para distinguir as informações de cada remetente. Assim, para realizar a decodificação do sinal transmitido pelo k' -ésimo, a i -ésima BS aplica a Combinação de Máxima Razão (MRC - *Maximal Ratio Combining*), que é feita por meio da multiplicação entre o sinal recebido e o canal estimado na Eq. (3.7). O primeiro passo para realizar a decodificação está apresentado a seguir:

$$\hat{q}_{k'i} = \hat{\mathbf{g}}_{ik'i}^\dagger \mathbf{y}_{B_i}$$

$$\hat{q}_{k'i} = \left(\sum_{l_1=1}^L \sqrt{\rho_{k'l_1} \beta_{ik'l_1}} \mathbf{h}_{ik'l_1} + \frac{\mathbf{z}_i \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K} \right)^\dagger \left(\sum_{l_2=1}^L \sum_{k=1}^K \sqrt{P_{kl_2}^U} \beta_{ikl_2} \mathbf{h}_{ikl_2} q_{kl_2} + \mathbf{n}_i \right). \quad (3.25)$$

Realizando a propriedade distributiva da multiplicação em Eq. (3.25), tem-se que

$$\begin{aligned} \hat{q}_{k'i} = & \sum_{l_1=1}^L \sum_{l_2=1}^L \sum_{k=1}^K \underbrace{\sqrt{\rho_{k'l_1} \beta_{ik'l_1} P_{kl_2}^U} \beta_{ikl_2} \mathbf{h}_{ik'l_1}^\dagger \mathbf{h}_{ikl_2} q_{kl_2}}_{(a)} + \sum_{l_1=1}^L \underbrace{\sqrt{P_{kl_1}^U} \beta_{ikl_1} \mathbf{h}_{ik'l_1}^\dagger \mathbf{n}_i}_{(b)} \\ & + \sum_{l_2=1}^L \sum_{k=1}^K \underbrace{\sqrt{P_{kl_2}^U} \beta_{ikl_2} \frac{\mathbf{z}_i^\dagger \boldsymbol{\psi}_{k'}}{K} \mathbf{h}_{ikl_2} q_{kl_2}}_{(c)} + \underbrace{\frac{\mathbf{z}_i^\dagger \boldsymbol{\psi}_{k'}}{K} \mathbf{n}_i}_{(d)}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

O comportamento assintótico da SINR no *uplink* é calculado de maneira semelhante ao como foi feito na fase de *downlink*. Portanto, para reduzir a quantidade de desenvolvimento matemático, reescreve-se a Eq.(3.26) como:

$$\begin{aligned} \hat{q}_{k'i} = & \underbrace{\sqrt{\rho_{k'ri} P_{k'ri}^U \beta_{ik'ri}^2} \|\mathbf{h}_{ik'ri}\|^2 q_{k'ri}}_{\text{Sinal desejado}} + \underbrace{\sum_{l=1, l \neq i}^L \sqrt{\rho_{k'l} P_{k'l}^U \beta_{ik'l}^2} \|\mathbf{h}_{ik'l}\|^2 q_{k'l}}_{\text{Contaminação de Pilotos}} \\ & + \underbrace{\mathbf{o}(M)}_{\substack{\text{Termos em (a),} \\ \text{em que } l_1 \neq l_2 \text{ e } k \neq k', \\ \text{e os termos (b),(c) e (d)}}}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Na Eq. (3.27), o termo $\mathbf{o}(M)$ reúne todos os termos resultantes da Eq. (3.26) que desaparecem quando $M \rightarrow \infty$. Assim, dando continuidade a análise assintótica, calcula-se a SINR do *uplink* da seguinte maneira:

$$\mathcal{S}_{ik'}^U = \frac{\left| \sqrt{\rho_{k'ri} P_{k'ri}^U \beta_{ik'ri}^2} \|\mathbf{h}_{ik'ri}\|^2 q_{k'ri} \right|^2}{\left| \sum_{l=1, l \neq i}^L \sqrt{\rho_{k'l} P_{k'l}^U \beta_{ik'l}^2} \|\mathbf{h}_{ik'l}\|^2 q_{k'l} \right|^2 + |\mathbf{o}(M)|^2}. \quad (3.28)$$

Note que ao multiplicar o denominador e o numerador da Eq. (3.28) por $1/M$, assumir $|q_{k'l}|^2 = 1$ e aplicar o Lema 1, tem-se que

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{o(M)}{\sqrt{M}} = 0 \quad (3.29)$$

e

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\|\mathbf{h}_{ik'l}\|^2}{\sqrt{M}} = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\|\mathbf{h}_{ik'l}\|^2}{\sqrt{M}} = 1. \quad (3.30)$$

Portanto, substituindo Eq. (3.29) e Eq.(3.30) em Eq.(3.28), conclui-se que o comportamento assintótico da SINR no *uplink* é

$$\zeta_{ik'}^U = \frac{\rho_{k'i} P_{k'i}^U \beta_{ik'i}^2}{\sum_{l=1, l \neq i}^L \rho_{k'l} P_{k'l}^U \beta_{ik'l}^2}. \quad (3.31)$$

Observe que as potências dos pilotos exercem papéis distintos nas SINRs do *downlink* e do *uplink*. Se no primeiro caso elas aparecem nos fatores de normalização α_{kl}^2 , no segundo elas aparecem multiplicando o as potências de transmissão $P_{k'l}^U$. Assim, atribuir potências de pilotos diferentes para cada usuário pode prejudicar bastante algum dos sentidos da comunicação. Para evitar tal problema, atribui-se potências de piloto ρ para todos os usuários e utiliza-se alocação de potência de transmissão para aumentar as taxas do sistema. Assim alocando as potências dos pilotos de modo igual para todos os usuários, tem-se que a SINR observado no *uplink* é

$$\zeta_{ik'}^U = \frac{P_{k'i}^U \beta_{ik'i}^2}{\sum_{l=1, l \neq i}^L P_{k'l}^U \beta_{ik'l}^2}. \quad (3.32)$$

Outra observação importante é que o comportamento da interferência é diferente para ambos os sentidos da comunicação. Enquanto no *downlink* a potência da interferência decai por causa dos coeficientes de grande escala entre todas as BSs vizinhas e o usuário no qual é medida a SINR (k' -ésimo o usuário da i -ésima célula), no *uplink* a potência da interferência decai com a distância entre os k' -usuários das células vizinhas e a i -ésima BS.

3.4 DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIAS – ALGORITMO TOPC

Um algoritmo de distribuição de potências é utilizado para aumentar a SINR obtida no *downlink*. Esta solução é proposta em [6] com o intuito de solucionar o problema para sistemas que utilizam CDMA, porém tal recurso também pode ser aplicado ao contexto exposto.

No algoritmo TOPC (*target-SIR-tracking or opportunistic power control*), são estabelecidas SINR alvos $\bar{\zeta}_{kl}^D$ para os usuários e distribuídas potências P_{kl} , em que $P_{kl} \leq \bar{P}_{kl}$, com objetivo de maximizar o número de usuários que atingem seus alvos. Para verificar se os usuários atingiram suas SINR alvos, é necessário que cada usuário transmita para BS a SINR atual em cada iteração dentro do intervalo de coerência.

O algoritmo funciona na premissa de quando a interferência está abaixo do limite, o usuário aumenta a sua potência de transmissão e quando a interferência está acima do limite, o usuário reduz sua potência de transmissão. Sendo assim, aos usuários que não atingem sua SINRs alvo são atribuídos menos potência, tornando esses usuários passíveis de uma eliminação suave do sistema. Na primeira iteração, ou seja, $i = 0$, são atribuídas potências iguais para todos os usuários e nas iterações seguintes as potências são atribuídas de acordo com a Eq. (3.33) abaixo.

$$P_{kl}(i) = \begin{cases} \bar{\varsigma}_{kl}^D R_{kl}(i) & \text{se } R_{kl}(i) \leq \frac{\bar{P}_{kl}}{\bar{\varsigma}_{kl}^D} \\ \frac{\bar{P}_{kl}}{\bar{\varsigma}_{kl}^D R_{kl}(i)} & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (3.33)$$

em que a $R_{kl}(i) = P_{kl}(i-1)/\varsigma_{kl}^D(i)$ é a interferência atual observada. No Anexo II estão algumas simulações que mostram a convergência do algoritmo utilizado.

3.5 TAXAS DE TRANSMISSÃO DO SISTEMA MIMO MASSIVO

Neste tópico é apresentada a expressão para taxa de transmissão de dados no *downlink*. Este resultado será utilizado no próximo capítulo para realizar uma comparação entre as taxas do sistema MIMO massivo modelo e as taxas do sistema com a solução para mitigar a contaminação de pilotos.

Considere que o sistema modelo MIMO massivo trabalhe com reuso de frequência $r = \Gamma$, tem disponível uma banda de transmissão B , comporte N_u usuários e que utilize um quadro TDD igual ao da Fig. 3.2, ou seja, o valor ótimo do tamanho da sequência de pilotos é $K = \frac{T-2}{2}$.

Portanto, para o sistema exposto anteriormente, tem-s que a taxa de transmissão de dados obtida em [4], é

$$R_{ki} = \epsilon \underbrace{\frac{B}{\Gamma} \frac{T-N}{2} N_{sub}}_{N_u} \underbrace{\left(T - N - \frac{T}{2}\right)}_{U+D} \log_2(1 + \varsigma_{ik}^D) \quad [\text{bit/s}], \quad (3.34)$$

em que o fator ϵ leva em conta o prefixo cíclico do OFDM, a banda de guarda e uma constelação de modulação em particular.

Note que a expressão na Eq. (3.34) é razoável pode seguintes motivos:

- I. Ela tem a forma da capacidade definida pelo Teorema de Shannon-Hartley, mostrado no final desta seção;
- II. A banda utilizada dentro da célula não é igual à banda total disponível para o sistema, pois o sistema utiliza reuso de frequência $r = \Gamma$, o que reduz a banda de transmissão disponível na célula para B/Γ ;

- III. Na banda de transmissão disponível na célula não são transmitidos dados durante todo o intervalo de tempo T . Portanto, o tempo utilizado é reduzido por $1/(U + D)$ segundos;

Teorema Shannon-Hartley. A capacidade C de um canal AWGN limitado em banda B Hz e com razão sina- ruído S/N é dada por:

$$C = B \log_2(1 + S/N) \quad [\text{bit/s}]. \quad (3.35)$$

3.6 RESULTADOS NÚMERICOS

As simulações realizadas para o sistema modelo MIMO massivo estão apresentadas neste tópico. Os resultados obtidos aqui são reutilizados no próximo capítulo com a finalidade de destacar as vantagens e desvantagens da solução proposta para a mitigação contaminação de pilotos.

O fluxograma apresentado na Fig. 3.6 demonstra estrutura utilizada para obter a função de distribuição acumulada complementar (CDF) da fração de usuários que atingem uma SINR e taxa de transmissão alvos dentro do sistema. O fluxograma é genérico, pois serve para ambos os sistemas, o sistema introduzido neste capítulo e o sistema do Capítulo 4.

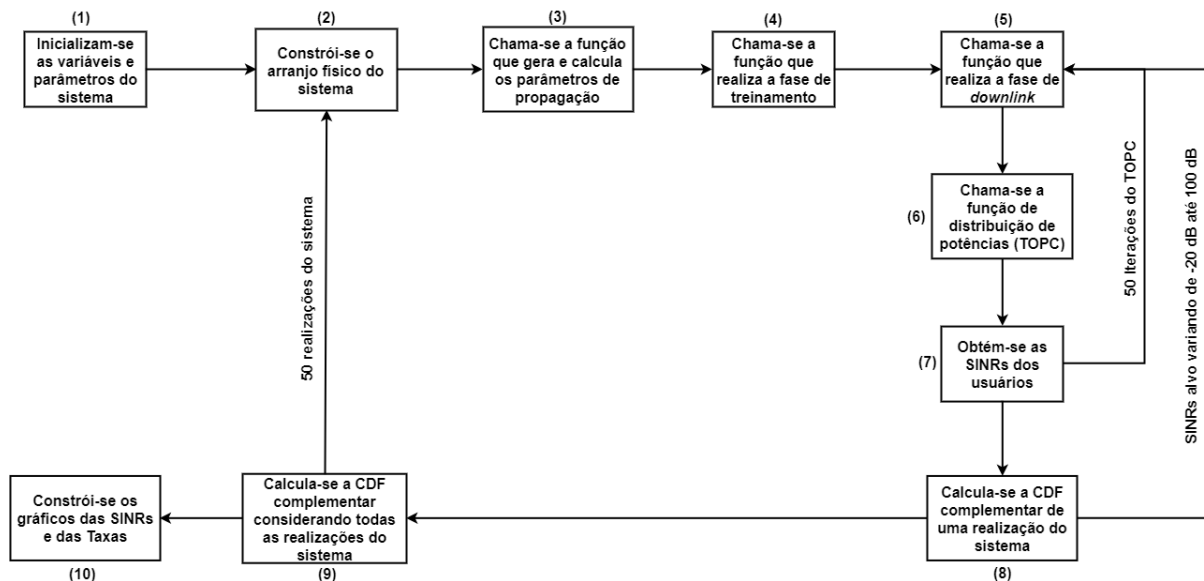


Figura 3.6 – Fluxograma geral utilizado para simular o cenário com a contaminação de pilotos e o cenário com a implantação da proposta para mitigação.

As etapas do fluxograma presente na Fig. 3.6 estão detalhadas a seguir.

- (1). São inicializados os parâmetros e variáveis do sistema, tais como: raio da célula, número de usuários, números de antenas na BS, número de células interferentes, reuso de frequência do sistema, frequência da portadora, sombreamento e o decaimento dos coeficientes em grande escala;

- (2). São construídas as células, distribuídos os usuários e adicionadas as BSs, da mesma maneira como mostrado na Fig. 3.7. As saídas desta função retornam as posições nos eixo x e y de cada elemento da rede;
- (3). Neste bloco são geradas as matrizes com os coeficientes de desvanecimento em pequena escala e calculados, por meio das posições dos elementos da rede, os coeficientes de desvanecimento em grande escala;
- (4). São transmitidas as sequências pilotos para as BSs, estimados os canais $\hat{g}_{ik'i}$ e calculadas as matrizes de précodificação de cada BS;
- (5). São transmitidos dados de *downlink* aos usuários e calculadas as SINRs percebidas nestes;
- (6). São distribuídas as potências nas M antenas da BS de duas maneiras: por meio do algoritmo TOPC e distribuição igualitária;
- (7). São salvas as SINRs obtidas no *downlink*;
- (8). É calculada a CDF complementar das SINRs dos usuários para uma realização do sistema. É utilizado uma tolerância de 0,2 dB para as SINRs alvo;
- (9). É calculada a CDF complementar das SINRs e taxas do sistema;
- (10). São construídos os gráfico com todas as curvas de SINR e taxa;

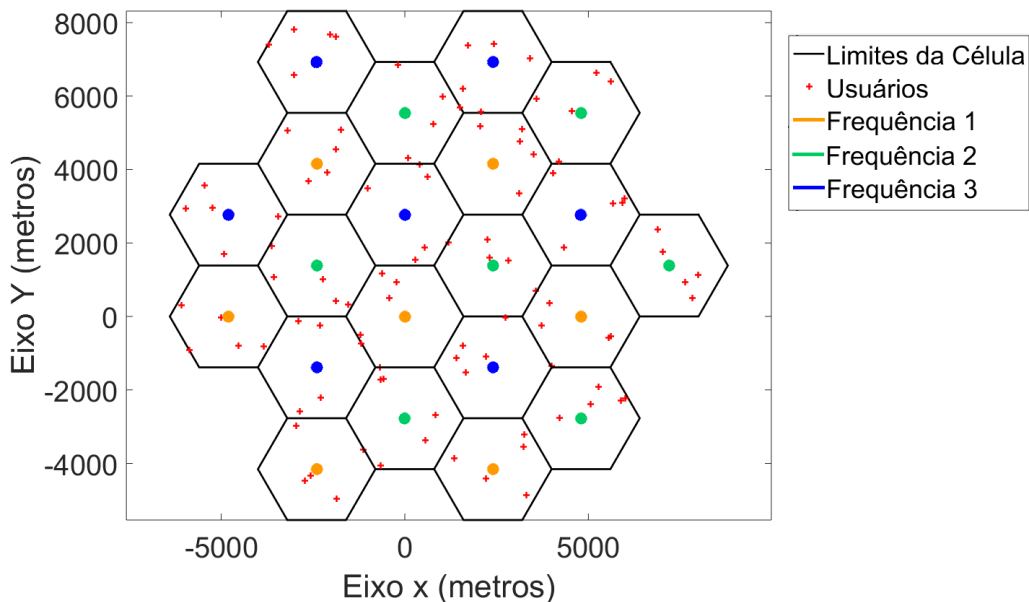


Figura 3.7 – Sistema Multicelular de reuso de frequência $r = 3$.

Os resultados a seguir são advindos da simulação de um sistema multicelular com reuso de frequência $r = 3$, células hexagonais de raio 1,6 km e usuários uniformemente distribuídos, em que não existem usuários dentro de um raio de 100 m ao redor de cada BS. Uma banda

total de $B = 20$ MHz e frequência da portadora de 1,9 GHz são utilizadas para a transmissão. No modelo de coeficientes de grande escala, considera-se um desvanecimento lento, em que β_{ikl} tem um decaimento médio de 38 dB/década e sobreamento lognormal com desvio padrão igual a 8 dB. O tempo de duração do quadro do protocolo TDD, que é menor que o intervalo de coerência, tem tamanho $T = 11$, em que são reservados $N = 1$ símbolos OFDM para processamento de dados, $K = 5$ para sequências pilotos, $D = 3$ para sinais com dados de *downlink* e $U = 2$ para sinais de *uplink*.

Na Figura 3.8, é representada a quantidade de usuários que atingem, com tolerância de 0,2 dB, uma SINR alvo dentro do sistema modelo e na Fig. 3.9 é apresentada as taxas atingidas por estes usuários.

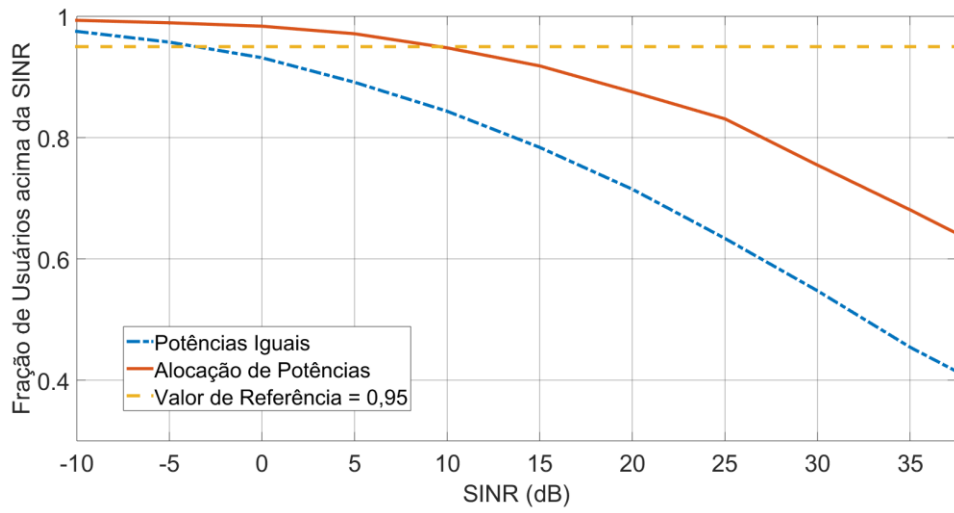


Figura 3.8 – Fração de usuários acima da SINR no *downlink* para $r = 3$.

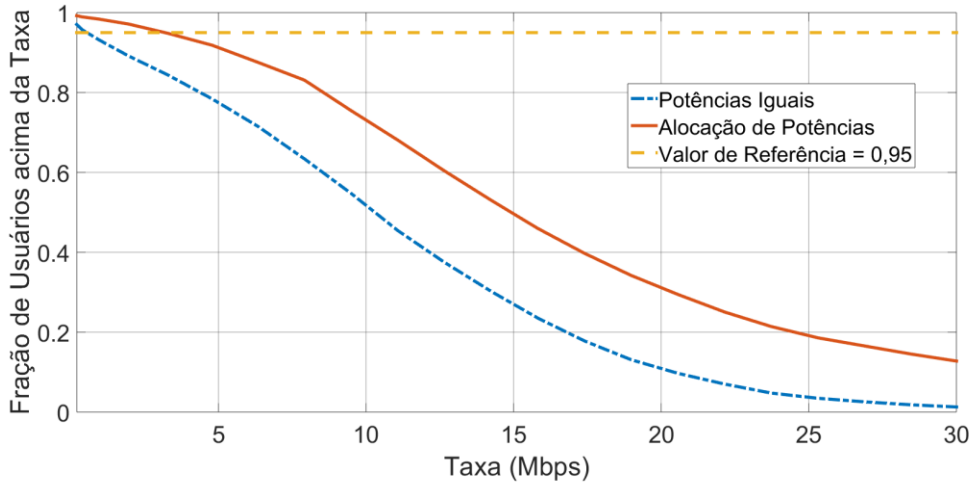


Figura 3.9 – Fração de usuários acima da Taxa no *downlink* para $r = 3$.

As simulações apresentadas nesta seção têm com objetivo destacar as vantagens do algoritmo de distribuição de potências TOPC, se comparado com um sistema que emprega uma distribuição igualitária de potências, pois na solução apresentada no próximo capítulo uma versão adaptada do TOPC é utilizada como complemento. Assim, é possível notar que um sistema que utiliza o TOPC possui 95% dos seus usuários com uma SINR acima de 10 dB,

enquanto que no sistema com alocação de potências esses mesmos usuários atingem uma SINR de -5 dB. Sabendo que SINRs maiores são frutos de menores interferências e produzem taxas de transmissões elevadas, tem-se que no sistema modelo MIMO o emprego de TOPC torna-se vantajoso.

3.7 CONCLUSÕES PARCIAIS

Neste capítulo foi visto o modelo de um sistema MIMO massivo e nele observou-se que, para um número muito grande de antenas, as únicas componentes de interferências que reduzem a SINR do sistema são aquelas provindas da contaminação de pilotos.

Foi mostrado também que a contaminação de pilotos surge pela não disponibilidade de sequências pilotos ortogonais para todos os usuários do sistema e que essa limitação é imposta pela duração do intervalo de coerência. Assim, usuários que estão em células vizinhas, que trabalham na mesma banda de frequência e que compartilham a mesma sequência de treinamento, produzem interferências uns nos outros e essas interferências são propagadas para as próximas fases da comunicação. Na fase de *downlink*, a contaminação se manifesta pelas matrizes de pré-codificação, que por estarem contaminadas, endereçam dados para usuários das células vizinhas. Já no *uplink*, a contaminação se manifesta na operação de decodificação, que depende da estimativa do canal feita durante a fase de treinamento. Com base neste problema, foi proposto em [4], um método para mitigar a contaminação de pilotos. Tal solução é apresentada no capítulo a seguir.

4 MÉTODO DOS PILOTOS DESLOCADOS NO TEMPO

Este capítulo apresenta um método que se propõe a mitigar o problema da contaminação de pilotos em sistema MIMO massivo sem utilizar cooperação entre as BSs.

4.1 INTRODUÇÃO

Como é mostrado no capítulo anterior, quando um sistema MIMO começa a se tornar massivo, ou seja, quando o número M de antenas nas BS tender ao infinito, o único motivo para a SINR observada no sistema cair é a contaminação de pilotos. Isto ocorre porque a contaminação produzida por usuários que compartilham a mesma sequência de pilotos em células vizinhas é propagada para as matrizes de pré-codificação no *downlink* e para a operação decodificação com o MRC no *uplink*.

Com o objetivo de mitigar a contaminação de pilotos é proposto em [4] uma solução que é apresentada neste capítulo, denominada de Pilotos Deslocados no Tempo. São abordadas as suposições iniciais, a ideia da solução proposta, a modelagem matemática da solução, o algoritmo de distribuição de potências que complementa a solução e as taxas atingíveis. Por último são apresentados resultados numéricos com a finalidade de destacar as vantagens que o método Pilotos Deslocados no Tempo traz ao sistema MIMO massivo.

4.2 SISTEMA PROPOSTO

No artigo em [4], propõe-se dividir as células do sistema em grupos e reservar tempos dentro intervalo de coerência para que cada um desses grupos possa transmitir pilotos enquanto os demais enviam dados de *downlink*.

De modo mais específico, as L células são divididas em grupos de células $A_1, A_2, \dots, A_\Gamma$ e o protocolo ocorre em duas etapas dentro do intervalo de coerência. Na primeira etapa, BSs pertencentes ao um determinado grupo A_γ recebem sinais pilotos enquanto as demais BS transmitem dados de *downlink* aos seus usuários. Quando as BSs em A_γ terminarem de receber pilotos, estas passam a transmitir *downlink* e outro grupo começa a receber sinais pilotos. A primeira etapa termina quando todas as BSs dos Γ grupos receberem as sequências de treinamento. Após isto, inicia-se a fase de *uplink*, que ocorre do mesmo modo como no capítulo anterior, em que todos os usuários enviam dados para suas respectivas BSs. Esta estrutura está apresentada na Fig. 4.1, em que são mostradas todas as fases de comunicação no quadro TDD para um sistema com três grupos.

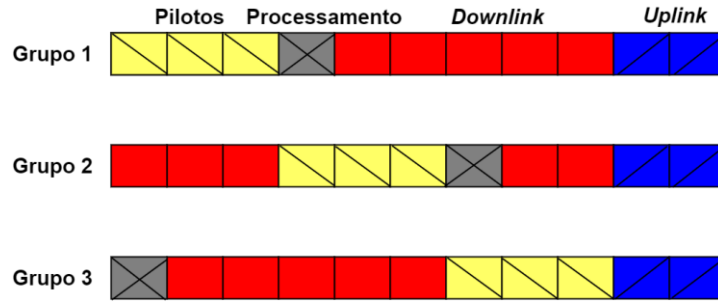


Figura 4.1 – Quadros TDD do esquema proposto com $K = 3$, $D = 5$, $U = 2$ e $N = 1$.

É possível notar que, apesar de não demandar intervalos de coerência maiores, este sistema introduz um novo *trade-off* entre taxas, número de usuários no sistema e o próprio intervalo de coerência. Assim, se o método realmente mitigar a contaminação de pilotos, maiores taxas são obtidas, mas por meio da diminuição do tamanho das sequências de treinamento, o que implica em uma quantidade menor de usuários por célula.

O agrupamento das células no método pilotos deslocados no tempo pode ser feito do mesmo modo como é feita a construção de um sistema com clusters de reuso de frequência $r = \Gamma$, como mostrado na Fig. 4.2.

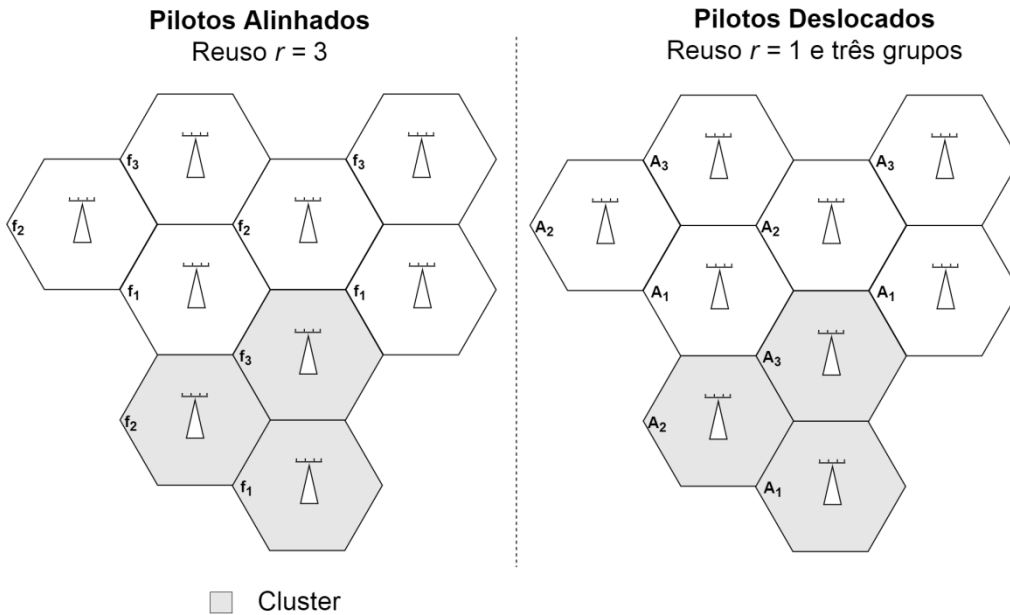


Figura 4.2 – Exemplo da organização de sistemas MIMO massivo com pilotos alinhados e com pilotos deslocados.

4.3 MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA PROPOSTO

Com o objetivo de verificar o comportamento assintótico da SINR, nesta seção é apresentada a modelagem matemática das fases de comunicação (treinamento, *downlink* e *uplink*) para um dos Γ grupos do esquema de pilotos deslocados no tempo.

4.3.1 A fase de treinamento

Nesta fase, a i -ésima BS de um determinado grupo recebe, simultaneamente, pilotos de usuários pertencentes ao seu grupo e dados de *downlink* dos demais grupos, como é mostrado na Fig. 4.3.

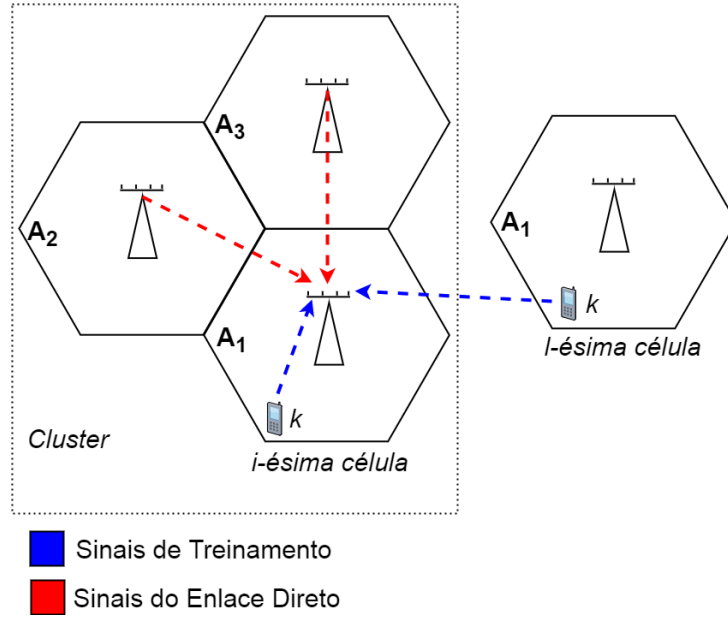


Figura 4.3 – Sinais que chegam em uma BS na fase de treinamento no sistema com pilotos deslocados.

Deste modo, o sinal recebido pela i -ésima BS do grupo A_γ pode ser expresso como:

$$\mathbf{y}_{B_i} = \sum_{j \in A_\gamma} \sum_{k=1}^K \sqrt{\rho \beta_{ikj}} \mathbf{h}_{ikj} \boldsymbol{\psi}_k + \sum_{l \notin A_\gamma} \sum_{k=1}^K \sqrt{P_{kl} c_{il}} \mathbf{h}_{il} \mathbf{w}_{kl} \mathbf{s}_{kl} + \mathbf{z}_i. \quad (4.1)$$

Na Eq. (4.1), c_{il} e $\mathbf{h}_{il} \in \mathbb{C}^{M \times M}$ são os coeficientes de desvanecimento em grande e pequena escala, respectivamente, entre a i -ésima BS e a l -ésima BS e \mathbf{s}_{kl} é vetor dos sinais transmitidos pela l -ésima BS para o k -ésimo usuário, em que suas dimensões são $1 \times K$. Como as BSs não se movem, são considerados constantes no tempo os coeficientes de desvanecimento em grande escala.

Ao receber o sinal contendo as sequências de treinamento, a i -ésima BS do grupo A_γ realiza a estimação do canal da mesma maneira como é realizada no sistema MIMO massivo modelo (sistema com pilotos alinhados). Assim, a estimativa das respostas do canal entre o k' -ésimo usuário e a i -ésima BS é obtida pela operação

$$\hat{\mathbf{g}}_{ik'i} = \frac{\mathbf{y}_{B_i} \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K}. \quad (4.2)$$

Substituindo \mathbf{y}_{B_i} por Eq. (4.1) na expressão acima, tem-se que

$$\hat{\mathbf{g}}_{ik'i} = \frac{(\sum_{j \in A_\gamma} \sum_{k=1}^K \sqrt{\rho \beta_{ikj}} \mathbf{h}_{ikj} \boldsymbol{\psi}_k + \sum_{l \notin A_\gamma} \sum_{k=1}^K \sqrt{P_{kl} c_{il}} \mathbf{h}_{il} \mathbf{w}_{kl} \mathbf{s}_{kl} + \mathbf{z}_i) \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K}. \quad (4.3)$$

Utilizando a propriedade distributiva da multiplicação e sabendo que $|\boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger \boldsymbol{\psi}_k| = K \delta_{k,k'}$, encontra-se

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{g}}_{ikri} &= \\ &= \frac{\sum_{j \in A_\gamma} \sum_{k=1}^K \sqrt{\rho \beta_{ikj}} \mathbf{h}_{ikj} \cdot K \delta_{k,k'} + \sum_{l \notin A_\gamma} \sum_{k=1}^K \sqrt{P_{kl} c_{il}} \mathbf{h}_{il} \mathbf{w}_{kl} s_{kl} \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger + \mathbf{z}_i \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Como o produto de Kronecker para $k \neq k'$ é nulo, tem-se que

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{g}}_{ikri} &= \sum_{j \in A_\gamma} \sqrt{\rho \beta_{ikj}} \mathbf{h}_{ikj} + \frac{1}{K} \sum_{l \notin A_\gamma} \sum_{k=1}^K \sqrt{P_{kl} c_{il}} \mathbf{h}_{il} \mathbf{w}_{kl} s_{kl} \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger \\ &\quad + \frac{\mathbf{z}_i \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Note que a estimativa apresentada na Eq. (4.3) contém termos de contaminação de pilotos por células de um mesmo grupo, termos de interferência gerada por sinais de *downlink* transmitidos por BS dos demais grupos e uma componente de ruído térmico.

Depois de estimado o canal, a matriz de pré-codificação para o k' -ésimo usuário é obtida da mesma maneira como no Capítulo 3, em que

$$\mathbf{w}_{kri} = \frac{\hat{\mathbf{g}}_{ikri}}{\|\hat{\mathbf{g}}_{ikri}\|} = \frac{\hat{\mathbf{g}}_{ikri}}{\alpha_{kri} \sqrt{M}} \quad (4.6)$$

e $\alpha_{kri} = \frac{\|\hat{\mathbf{g}}_{ikri}\|}{\sqrt{M}}$ é um escalar usado para normalização.

Como as BS são localizadas em pontos mais altos e melhores localizados, é possível que as matrizes de canal \mathbf{h}_{il} contenham componentes de linha de visada (LOS – *line of sight*), o que produziria uma interferência ainda maior na estimação do canal. Para resolver este problema, é feita uma pequena alteração na forma como são calculadas as matrizes de pré-codificação, com o objetivo de eliminar componentes de LOS na fase de treinamento.

Suponha que \mathbf{h}_{il} é composta por componentes de LOS e NLOS e que pode ser escrita como

$$\mathbf{h}_{il} = \mathbf{h}_{il}^{\text{LOS}} + \mathbf{h}_{il}^{\text{NLOS}}, \quad (4.7)$$

em que $\mathbf{h}_{il}^{\text{LOS}} \in \mathbb{C}^{M \times M}$ é uma matriz determinística na qual seu *rank* não aumenta em função de M e que $\mathbf{h}_{il}^{\text{NLOS}}$ é uma matriz Gaussian de *rank* completo. Deste modo, as matrizes de pré-codificação podem ser calculadas como

$$\mathbf{w}_{kri} = \frac{\bar{\mathbf{h}}_{il}^{\text{LOS}} \hat{\mathbf{g}}_{ikri}}{\|\bar{\mathbf{h}}_{il}^{\text{LOS}} \hat{\mathbf{g}}_{ikri}\|}, \quad (4.8)$$

Na Eq. (4.8), $\bar{\mathbf{h}}_{il}^{\text{NLOS}} = \mathbf{I} - (\mathbf{h}_{il}^{\text{LOS}})^\dagger \mathbf{h}_{il}^{\text{LOS}}$ e $(\mathbf{h}_{il}^{\text{LOS}})$ é a matriz pseudo-inversa de Moore-Penrose. O cálculo das matrizes de pré-codificação da forma como é apresentada na Eq. (4.8) possibilita que as componentes de LOS sejam canceladas, pois as matrizes calculadas são uma projeção de $\hat{\mathbf{g}}_{ikri}$ no espaço nulo de $\mathbf{h}_{il}^{\text{LOS}}$.

4.3.2 A fase de *downlink*

Nesta fase, todas as BSs do grupo A_γ param de receber pilotos e começam a transmitir dados de *downlink*. Enquanto isto ocorre, BSs de outro grupo ($A_{\gamma'}$) começam a receber pilotos, como mostrado na Fig. 4.4.

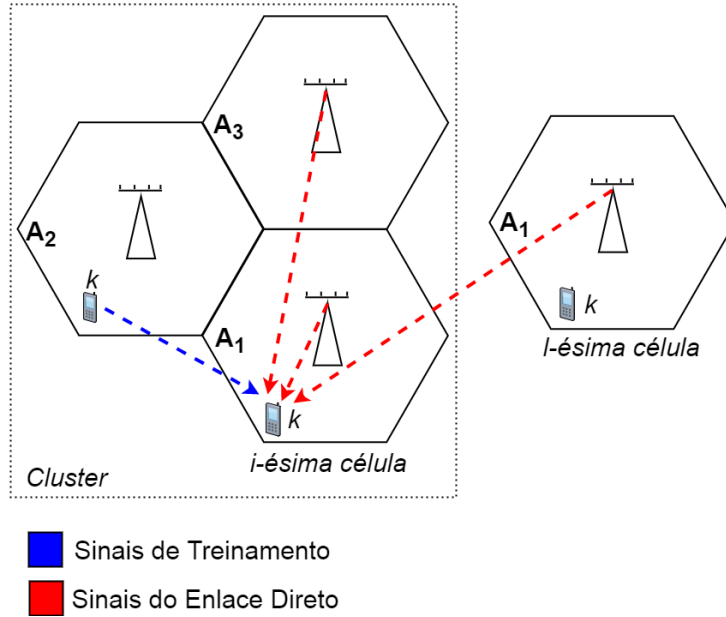


Figura 4.4 – Sinais que chegam a um usuário na fase do enlace direto no sistema com pilotos deslocados.

Deste modo, o sinal que chega no k' -ésimo usuário da i -ésima célula é dado por

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}_{U_{k'i}} = & \underbrace{\sum_{j \in A_\gamma} \sum_{k=1}^K \sqrt{P_{kj}} \beta_{jk'i} \mathbf{h}_{jk'i}^\dagger \mathbf{w}_{kj} \mathbf{s}_{kj}}_{\text{Sinais de Downlink do grupo } A_\gamma} + \underbrace{\sum_{l \in A_{\gamma'}} \sum_{k=1}^K \sqrt{\rho c'_{klk'i}} h_{klk'i} \boldsymbol{\psi}_k}_{\text{Sinais pilotos do grupo } A_{\gamma'}} \\
 & + \underbrace{\sum_{l \notin A_\gamma \cup A_{\gamma'}} \sum_{k=1}^K \sqrt{P_{kl}} \beta_{lki} \mathbf{h}_{lki}^\dagger \mathbf{w}_{kl} \mathbf{s}_{kl}}_{\text{Sinais de Downlink dos demais grupos}} + \underbrace{v_{k'i}}_{\text{Ruído térmico}}, \quad (4.9)
 \end{aligned}$$

em que $c'_{klk'i}$ e $h_{klk'i}$ são os coeficientes de desvanecimento em grande e pequena escala, respectivamente, entre o k -ésimo usuário da l -ésima célula e o k' -ésimo usuário da i -ésima célula.

Note que na Eq. (4.9), o sinal recebido é composto por sinais de *downlink* de BSs que pertencem ao grupo A_γ , sinais pilotos de usuários que pertencem ao grupo $A_{\gamma'}$ e sinais de *downlink* de BSs que não pertencem nem ao grupo A_γ e nem ao grupo $A_{\gamma'}$. Note também que as características do sistema permitem uma aplicação direta do Lema 1 (Capítulo 3) nos três últimos termos da Eq. (4.9), e em todos os casos as potências se anulam. As justificativas para estes fenômenos são:

- I. Sinais Pilotos do grupo $A_{\gamma\iota}$: Os sinais pilotos chegam ao usuário via um canal SISO, portanto sua potência não cresce com M ;
- II. Sinais de *downlink* para grupos $\notin A_{\gamma} \cup A_{\gamma\iota}$: As matrizes de pré-codificação para grupos diferentes de A_{γ} e $A_{\gamma'}$ e as matrizes de canal entre estes grupos e os usuários de A_{γ} são descorrelacionadas.
- III. Ruído térmico: O ruído térmico é um valor complexo que não cresce com M ;

Portanto, o limite das potências dos termos comentados acima dividido por um número suficiente alto de antenas nas BSs tende a zero. Deste modo, voltando na Eq. (4.9), é possível ver novamente que as interferências que contribuem para a diminuição da SINR, são aquelas provenientes da contaminação de pilotos, pois as demais interferências desaparecem quando $M \rightarrow \infty$. Este fato é evidenciado nos próximos desenvolvimentos matemáticos ainda nesta seção.

Com os resultados acima, resta agora encontrar o comportamento das potências do primeiro termo da Eq. (4.9). Inicialmente, isola-se o sinal desejado dos demais sinais de *downlink* transmitidos por BSs do grupo A_{γ} . Este sinal tem sua potência é dada por

$$S_{k'i} = \left| \sqrt{P_{k'i}} \beta_{ik'i} \mathbf{h}_{ik'i}^{\dagger} \mathbf{w}_{k'i} s_{k'i} \right|^2. \quad (4.10)$$

Substituindo $\mathbf{w}_{k'i}$ na Eq. (4.10) por Eq. (4.6) e sabendo que $|s_{k'i}|^2 = 1$, tem-se que

$$S_{k'i} = \frac{P_{k'i} \beta_{ik'i}}{\alpha_{k'i}^2} \frac{1}{M} \left| \mathbf{h}_{ik'i}^{\dagger} \hat{\mathbf{g}}_{ik'i} \right|^2. \quad (4.11)$$

Para analisar o comportamento da SINR no *downlink* quando $M \rightarrow \infty$, é verificado como se comportam os termos $\left| \mathbf{h}_{ik'i}^{\dagger} \hat{\mathbf{g}}_{ik'i} \right|$ e $\alpha_{k'i}^2$, respectivamente, sobre a mesma condição.

Primeiramente, é aplicado o Lema 1 no termo $\left| \mathbf{h}_{ik'i}^{\dagger} \hat{\mathbf{g}}_{ik'i} \right|$, em que este termo é destacado e está escrito na Eq. (4.12) abaixo.

$$\begin{aligned} \left| \mathbf{h}_{ik'i}^{\dagger} \hat{\mathbf{g}}_{ik'i} \right| \frac{1}{M} &\leq \frac{1}{M} \left| \sum_{j \in A_{\gamma}} \underbrace{\sqrt{\rho \beta_{ik'j}} \mathbf{h}_{ik'j}^{\dagger} \mathbf{h}_{ik'j}}_{(a)} \right| + \frac{1}{M} \left| \frac{1}{K} \sum_{l \notin A_{\gamma}} \sum_{k=1}^K \underbrace{\frac{1}{\sqrt{M}} \sqrt{P_{kl}} c_{il} \mathbf{h}_{ik'li}^{\dagger} \mathbf{h}_{il} \mathbf{w}_{kl} s_{kl} \psi_{k'}^{\dagger}}_{(b)} \right| \\ &\quad + \frac{1}{M} \left| \underbrace{\mathbf{h}_{ik'li}^{\dagger} \frac{\mathbf{z}_i \psi_{k'}^{\dagger}}{K}}_{(c)} \right|. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Sabendo que o limite da soma entre duas funções é equivalente à soma dos limites dessas funções, tem-se que o limite da Eq. (4.12) é igual à soma dos limites de (a), (b) e (c). Assim, resolvendo a primeira parte, obtém-se que

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{|(a)|}{M} = \begin{cases} \sqrt{\rho \beta_{ik'i}} & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j. \end{cases} \quad (4.13)$$

Para limite do termo em (b), é avaliado o comportamento de $\mathbf{h}_{ik'ri}^\dagger \mathbf{h}_{il} \mathbf{w}_{kl}$, pois $\mathbf{s}_{kl} \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger$ é um escalar que não cresce com M e que será sempre menor que K . Assim, considera-se o vetor $\mathbf{D}_{ikl} = \frac{\mathbf{h}_{il} \mathbf{w}_{kl}}{\|\mathbf{h}_{il} \mathbf{w}_{kl}\|}$ e reescreve-se $\mathbf{h}_{ik'ri}^\dagger \mathbf{h}_{il} \mathbf{w}_{kl}$ como:

$$|\mathbf{h}_{ik'ri}^\dagger \mathbf{h}_{il} \mathbf{w}_{kl}| = \|\mathbf{h}_{il} \mathbf{w}_{kl}\| |\mathbf{h}_{ik'ri}^\dagger \mathbf{D}_{ikl}|. \quad (4.14)$$

Sabendo que o produto entre as matrizes de pré-codificação e o vetor de canal pode ser limitado como $\|\mathbf{h}_{il} \mathbf{w}_{kl}\|^2 \leq |\lambda_{\max}(\mathbf{h}_{il} \mathbf{h}_{il}^\dagger)|^2$, em que $\lambda_{\max}(\mathbf{h}_{il} \mathbf{h}_{il}^\dagger)$ é o máximo valor singular de $\mathbf{h}_{il} \mathbf{h}_{il}^\dagger$, tem-se que

$$\|\mathbf{h}_{il} \mathbf{w}_{kl}\| |\mathbf{h}_{ik'ri}^\dagger \mathbf{D}_{ikl}| \leq |\lambda_{\max}(\mathbf{h}_{il} \mathbf{h}_{il}^\dagger)| |\mathbf{h}_{ik'ri}^\dagger \mathbf{D}_{ikl}|. \quad (4.15)$$

Por meio de simulação computacional, apresentada na Fig. 4.5, é possível perceber que

$$\lim_{M \rightarrow \infty} |\lambda_{\max}(\mathbf{h}_{il} \mathbf{h}_{il}^\dagger)| \frac{1}{M} = 0 \quad (4.16)$$

e

$$\lim_{M \rightarrow \infty} |\mathbf{h}_{ik'ri}^\dagger \mathbf{q}_{ikl}| \frac{1}{M} = 0. \quad (4.17)$$

Assim, conclui-se que

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{|(b)|}{M} = \lim_{M \rightarrow \infty} |\lambda_{\max}(\mathbf{h}_{il} \mathbf{h}_{il}^\dagger)| |\mathbf{h}_{ik'ri}^\dagger \mathbf{q}_{ikl}| \frac{1}{M} = 0. \quad (4.18)$$

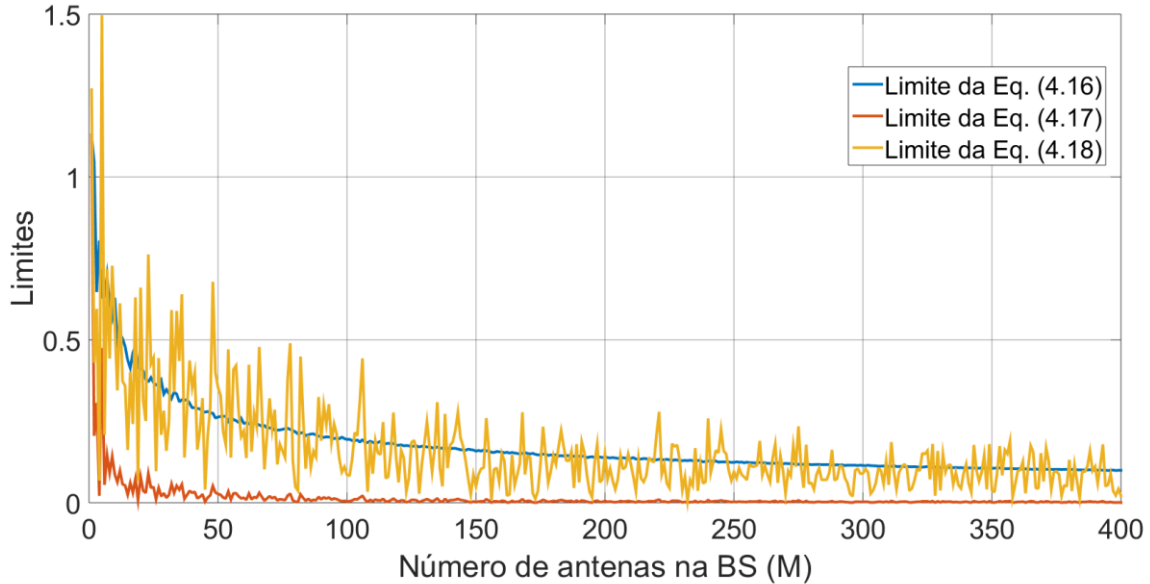


Figura 4.5 – Simulação realizada para os limites da parte (b) de Eq. (4.12)

Por ultimo, aplica-se o Lema 1 em (c). Sabendo que as matrizes de canal e os ruídos térmicos são estatisticamente independentes, chega-se ao seguinte resultado

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{|(c)|}{M} = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{M}} \mathbf{h}_{ik'ri}^\dagger \frac{\mathbf{z}_i \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K} = 0. \quad (4.19)$$

Utilizando os resultados obtidos na Eq. (4.13), Eq. (4.18) e Eq. (4.19), tem-se que

$$\lim_{M \rightarrow \infty} |\mathbf{h}_{ik'ri}^\dagger \hat{\mathbf{g}}_{ik'ri}| \frac{1}{M} = \sqrt{\rho \beta_{ik'ri}}. \quad (4.20)$$

Ainda com o objetivo de obter o comportamento assintótico da SINR no *downlink*, calcula-se o limite do fator de normalização $\alpha_{k'i}^2$ da Eq. (4.11). Sabe-se que

$$\alpha_{k'i}^2 = \frac{\|\hat{\mathbf{g}}_{ik'i}\|^2}{M}$$

$$\alpha_{k'i}^2 = \frac{\left\| \sum_{j \in A_\gamma} \sqrt{\rho \beta_{ik'j}} \mathbf{h}_{ik'j} + \frac{1}{K} \sum_{l \notin A_\gamma} \sum_{k=1}^K \sqrt{P_{kl} c_{il}} \mathbf{h}_{il} \mathbf{w}_{kl} \mathbf{s}_{kl} \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger + \frac{\mathbf{z}_i \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K} \right\|^2}{M}. \quad (4.21)$$

Assim, Aplicando a Lema 1 na Eq. (4.21), obtém-se

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \alpha_{k'i}^2 = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \left(\sum_{j \in A_\gamma} \rho \beta_{ik'j} \|\mathbf{h}_{ik'j}\|^2 + \frac{1}{K} \sum_{l \notin A_\gamma} \sum_{k=1}^K P_{kl} c_{il} \|\mathbf{h}_{il} \mathbf{w}_{kl}\|^2 |\mathbf{s}_{kl} \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger|^2 + \left\| \frac{\mathbf{z}_i \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K} \right\|^2 \right). \quad (4.22)$$

Como desenvolvimento da Eq. (4.22) é muito extenso, o que pode gerar uma confusão no desdobramento do raciocínio, ele está apresentado no Anexo III.

Note que o limite em Eq. (4.22) é composto por três termos. Os resultados do primeiro e do terceiro termo já são conhecidos, vide Capítulo 3 e seus resultados são:

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{j \in A_\gamma} \rho \beta_{ik'j} \|\mathbf{h}_{ik'j}\|^2 = \rho \beta_{ik'j} \quad (4.23)$$

e

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \left\| \frac{\mathbf{z}_i \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K} \right\|^2 = \frac{1}{K}. \quad (4.24)$$

Observe também que o segundo termo impede uma aplicação direta do Lema 1, pois é desconhecida o grau de dependência entre as matrizes que o compõem. Entretanto, Sabe-se que o produto interno entre \mathbf{s}_{kl} e a sequência de pilotos pode ser limitado por $|\mathbf{s}_{kl} \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger|^2 \leq K$.

Sabe-se também que o produto entre as matrizes de canal e o vetor de pré-codificação pode ser limitado por $\|\mathbf{h}_{il}\mathbf{w}_{kl}\|^2 \leq |\lambda_{\max}(\mathbf{h}_{il}\mathbf{h}_{il}^\dagger)|^2$, em que λ_{\max} é o máximo valor singular de $\mathbf{h}_{il}\mathbf{h}_{il}^\dagger$. O limite superior de $\|\mathbf{h}_{il}\mathbf{w}_{kl}\|^2$ foi obtido por meio de simulações computacionais, mostradas na Fig. 4.6, e o seu valor é

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \frac{|\lambda_{\max}(\mathbf{h}_{il}\mathbf{h}_{il}^\dagger)|^2}{M} = 4. \quad (4.25)$$

Este mesmo limite, apresentado na Eq. (4.25), pode ser encontrado em [8].

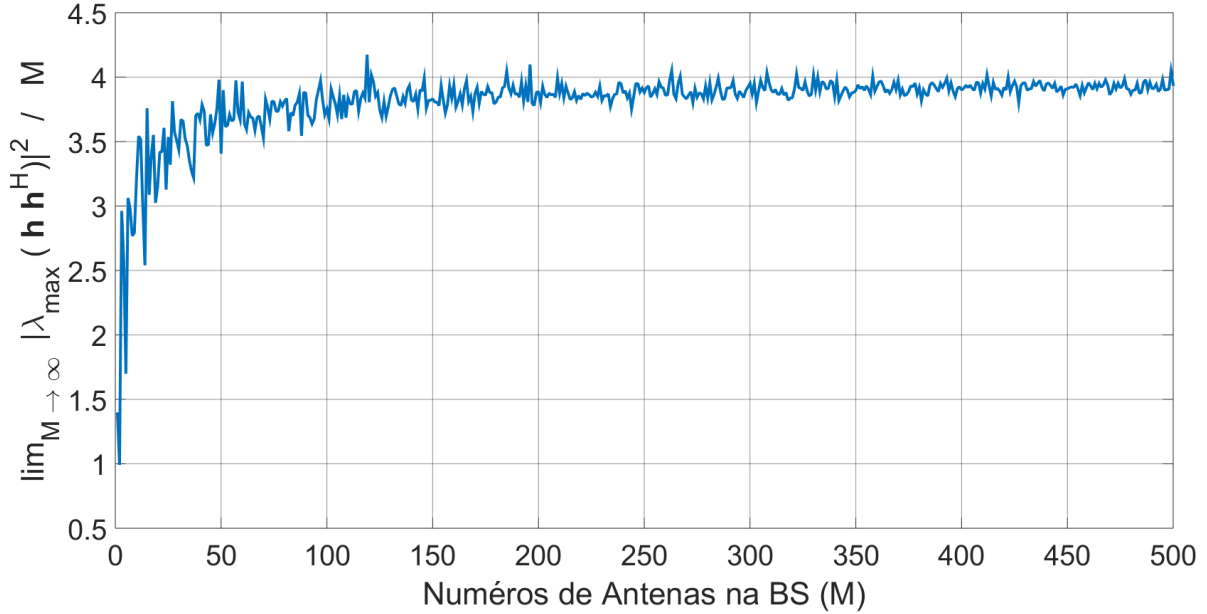


Figura 4.6 – Simulação realizada para o limite da Eq. (4.25)

Utilizando os resultados da Eq. (4.23), Eq. (4.24) e Eq. (4.25), tem-se o Teorema 3 da referência [4].

Teorema 3. *A media que $M \rightarrow \infty$, é possível limitar $\alpha_{k'i}^2$ por*

$$\sum_{j \in A_Y}^L \rho \beta_{ik'j} + \frac{1}{K} \leq \lim_{M \rightarrow \infty} \alpha_{k'i}^2 \leq \sum_{j \in A_Y}^L \rho \beta_{ik'j} + \sum_{l \notin A_Y} 4 P_{kl} c_{il} + \frac{1}{K}. \quad (4.26)$$

Assim, reunindo os resultados encontrados na Eq.(4.20) e na Eq. (4.26), obtém-se que a potência do sinal transmitido pela i -ésima BS que chega ao k '-ésimo usuário é

$$\lim_{M \rightarrow \infty} S_{k'i} = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{P_{k'i} \beta_{ik'i}}{\alpha_{k'i}^2} \frac{1}{M} |\mathbf{h}_{ik'i}^\dagger \hat{\mathbf{g}}_{ik'i}|^2 = \frac{P_{k'i} \rho \beta_{ik'i}^2}{\alpha_{k'i}^2}. \quad (4.27)$$

Da mesma maneira como é encontrado o resultado da Eq. (4.27), é possível encontrar a potência dos sinais de interferência produzidos pelo grupo A_γ . Logo,

$$\lim_{M \rightarrow \infty} S_{k'j} = \lim_{M \rightarrow \infty} \left| \sqrt{P_{k'j} \rho \beta_{jk'i}} \mathbf{h}_{jk'i}^\dagger \mathbf{w}_{kj} \mathbf{s}_{kj} \right|^2 = \frac{P_{k'j} \rho \beta_{jk'i}^2}{\alpha_{k'j}^2}. \quad (4.28)$$

Para concluir análise assintótica da SINR nesta fase da comunicação, utilizam-se os resultados apresentados na Eq. (4.27) e na Eq. (4.28). Assim a SINR no *downlink* para o esquema com pilotos deslocados tempo é:

$$\zeta_{ik'}^D = \frac{P_{k'i} \rho \beta_{ik'i}^2 / \alpha_{k'i}^2}{\sum_{j \in A_\gamma, j \neq i} P_{k'j} \rho \beta_{jk'i}^2 / \alpha_{k'j}^2}. \quad (4.29)$$

Note que apenas usuários que compartilham a mesma sequência de pilotos e que fazem parte do mesmo grupo contaminam a estimativa do canal. Mais para frente é visto as consequências deste fato por meio de comparações entre o sistema modelo MIMO massivo e o sistema com deslocamento de pilotos no tempo.

4.3.3 A fase de *uplink*

Após todas as BSs realizarem as estimativas dos canais, calcularem as matrizes de pré-codificação e transmitirem dados de *downlink*, inicia-se a fase de *uplink*, em que todos os usuários dos Γ grupos começam a transmitir dados. Porém, como o reuso desse esquema é $r = 1$, tem-se que os sinais transmitidos por usuários dentro de uma célula chegam a todas as BSs do sistema, como mostrado na Fig. 4.7.

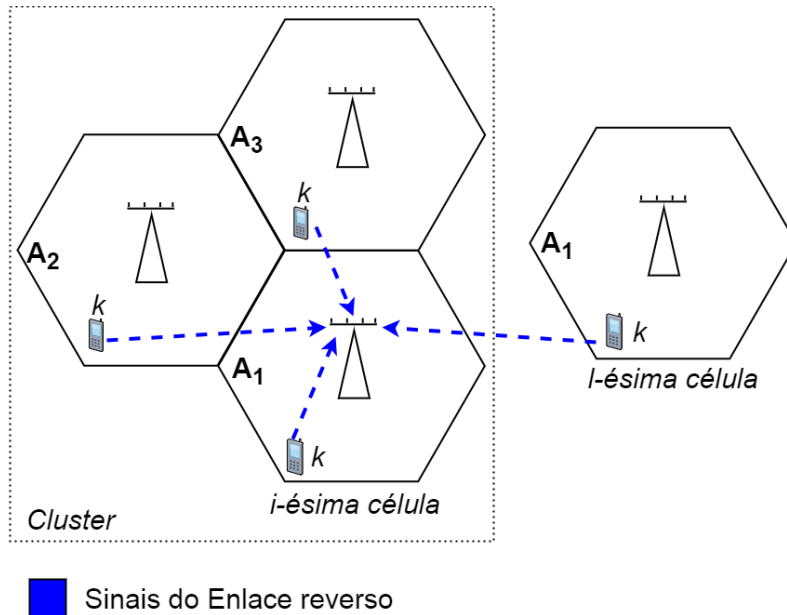


Figura 4.7 – Sinais que chegam em uma BS na fase do enlace reverso no sistema com pilotos deslocados.

Deste modo, o sinal que chega na i -ésima BS do grupo A_γ é

$$\mathbf{y}_{B_i} = \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K \sqrt{P_{kl}^U \beta_{ikl}} \mathbf{h}_{ikl} \mathbf{q}_{kl} + \mathbf{n}_i. \quad (4.30)$$

Para obter o sinal transmitido pelo seu k' -ésimo, ou seja, diferenciar a informação transmitida por este usuário das informações dos demais, a BS utiliza o MRC e o resultado desta operação é:

$$\begin{aligned} \hat{q}_{k'i} &= \hat{\mathbf{g}}_{ik'i}^\dagger \mathbf{y}_{B_i} \\ \hat{q}_{k'i} &= \left(\sum_{j_1 \in A_\gamma} \sqrt{\rho \beta_{ik'j_1}} \mathbf{h}_{ik'j_1} + \frac{1}{K} \sum_{j_2 \notin A_\gamma} \sum_{k_2=1}^K \sqrt{P_{k_2j_2}^D c_{ij_2}} \mathbf{h}_{ij_2} \mathbf{w}_{k_2j_2} \mathbf{s}_{k_2j_2} \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mathbf{z}_i \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K} \right)^\dagger \left(\sum_{l=1}^L \sum_{k_1=1}^K \sqrt{P_{k_1l}^U \beta_{ik_1l}} \mathbf{h}_{ik_1l} \mathbf{q}_{k_1l} + \mathbf{n}_i \right). \end{aligned} \quad (4.31)$$

Realizando a propriedade distributiva da multiplicação, tem-se que

$$\begin{aligned} \hat{q}_{k'i} &= \sum_{\substack{l \in \{1, L\} \\ k_1 \in \{1, K\} \\ j_1 \in A_\gamma}} \sqrt{\rho P_{k_1l}^U \beta_{ik'j_1} \beta_{ik_1l}} \underbrace{\mathbf{h}_{ik'j_1}^\dagger \mathbf{h}_{ik_1l}}_{(a)} \mathbf{q}_{k_1l} \\ &\quad + \frac{1}{K} \sum_{\substack{l \in \{1, L\} \\ k_1, k_2 \in \{1, K\} \\ j_2 \notin A_\gamma}} \sqrt{P_{k_2j_2}^D P_{k_1l}^U c_{ij_2} \beta_{ik_1l}} \underbrace{\mathbf{s}_{k_2j_2}^\dagger \boldsymbol{\psi}_{k'} \mathbf{w}_{k_2j_2}^\dagger \mathbf{h}_{ij_2}^\dagger \mathbf{h}_{ik_1l}}_{(b)} \mathbf{q}_{k_1l} + v'_i, \end{aligned} \quad (4.32)$$

em que v'_i denota todos os termos relacionados ao ruído térmico, que desaparecem quando $M \rightarrow \infty$.

Realizando a Lema 1 para (a), encontra-se o seguinte resultado

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{(a)}{M} = \begin{cases} 1 & \text{se } j_1 = l \text{ e } k_1 = k' \\ 0 & \text{se } i \neq j. \end{cases} \quad (4.33)$$

O comportamento do termo (b) pode ser encontrado ao realizar os passos feitos desde a Eq. (4.14) a Eq. (4.18). Portanto, tem-se que

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{(b)}{M} = 0 \quad (4.34)$$

Reunindo as informações apresentadas na Eq. (4.33) e na Eq. (4.34), observa-se que a SINR no *uplink* para o esquema de pilotos deslocados no tempo é dado por:

$$\varsigma_{ik'}^U = \frac{\rho_{k'i} P_{k'i}^U \beta_{ik'i}^2}{\sum_{l \in A_\gamma, l \neq i} \rho_{k'l} P_{k'l}^U \beta_{ik'l}^2}. \quad (4.35)$$

Observe mais uma vez que apenas usuários de um mesmo produzem a contaminação de pilotos. Na seção 4.5 seguinte é mostrada as vantagens deste fato por meio da comparação das SINRs encontradas até o momento neste trabalho.

4.4 DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIAS

Como visto na seção anterior, as SINRs do *downlink* e *uplink* são diretamente afetadas pela contaminação de pilotos dos usuários de um mesmo grupo, porém, a SINR no *uplink* não depende dos fatores de normalização, diferentemente do que ocorre no *downlink*. Devido a este fato, a solução do problema da alocação de potência no *uplink* é independente para cada sequência piloto em cada grupo.

Entretanto, no *downlink*, os fatores de normalização α_{ki} , em que $i \in A_\gamma$, dependem das potências dos sinais de *downlink* transmitidos por BSs do grupo $A_{\gamma'}$ e podem variar significativamente de um intervalo de coerência a outro. Para manter a convergência do algoritmo, é proposto em [4] uma adaptação no TOPC que leve em consideração este problema.

4.5 TAXAS DE TRANSMISSÃO DO SISTEMA PROPOSTO

Como sugerido na seção 4.2, no esquema de pilotos deslocados, utiliza-se um reuso de frequência $r = 1$ e divide-se as células em Γ grupos. Note que este sistema possui uma SINR igual a do sistema modelo MIMO massivo com reuso de frequência $r = \Gamma$. Observe também que este tipo de arranjo permite a utilização de toda a banda do sistema para transmissões dentro de uma célula, diferentemente de sistemas com reuso maiores. Assim, considerando um sistema com banda de transmissão B , N_u usuários e com quadro TDD organizado como mostrado na Fig. 4.1, ou seja, o tamanho da sequência de pilotos é dado por $K = T / \Gamma$, tem-se que a sua taxa de transmissão é:

$$R_{ki}^{pil_des} = \in B \underbrace{\frac{T}{\Gamma} N_{sub}}_{N_u} \underbrace{\left(T - N - \frac{T}{\Gamma}\right)}_{U+D} \log_2(1 + \varsigma_{ik}^D). \quad (4.36)$$

Recapitulando o resultado obtido no capítulo 3, tem-se que a taxa de transmissão para o modelo do sistema MIMO massivo é:

$$R_{ki}^{sis_model} = \in \frac{B}{\Gamma} \underbrace{\frac{T - N}{2} N_{sub}}_{N_u} \underbrace{\left(T - N - \frac{T - N}{2}\right)}_{U+D} \log_2(1 + \varsigma_{ik}^D). \quad (4.37)$$

Para ambos os casos, o fator \in representa uma diminuição da taxa por gastos com prefixos cíclicos e banda de guarda para uma dada modulação. Assim, o ganho de provido pela solução proposta pode ser calculado como:

$$\frac{R_{ki}^{pil_des}}{R_{ki}^{sis_model}} = \frac{T \left(T - N - \frac{T}{\Gamma}\right)}{\frac{T - N}{2} \left(T - N - \frac{T - N}{2}\right)} \quad (4.38)$$

Note que taxa de transmissão aumenta quando o número de grupos no sistema aumenta. Quando isto acontece, o tamanho da sequência de pilotos diminui, implicando também na diminuição da quantidade de usuários atendidos por uma BS.

4.6 RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção serão apresentados os resultados numéricos obtidos por meio de simulações computacionais com o intuito de validar o modelo apresentado neste capítulo.

Os sistemas simulados são construídos com células de raio 1,6 km, em que, após 100 metros de distância das BS, estão distribuídos uniformemente os usuários. É disponibilizada uma banda de transmissão $B = 20$ MHz e uma portadora em 1,9 GHz é utilizada para uma modulação qualquer. Os coeficientes de pequena escala são gerados aleatoriamente pela plataforma, porém obedecendo as distribuições discutidas. Os coeficientes de pequena escala, que são calculados em função das distâncias entre os elementos comunicantes, tem um decaimento médio de 38dB/década com um sombreamento log-normal de desvio padrão igual a 8dB. Para o sistema modelo MIMO massivo, usa-se um quadro com $T = 11$ símbolos OFDM, em que $K = 5$, $D = 3$, $U = 2$ e $N = 1$. O mesmo tamanho de quadro é utilizado no sistema com pilotos descolado no tempo, porém nele $K = 3$, $D = 5$, $U = 2$ e $N = 1$.

A Fig. 4.8 mostra a função de distribuição acumulada complementar dos usuários que atingem uma determinada SINR. Note que a curva do sistema para os pilotos alinhados com distribuição igualitária de potências e reuso de frequência $r = 3$ é aproximadamente igual à curva do sistema para os pilotos deslocados com 3 grupos e $r = 1$, o que já era esperado.

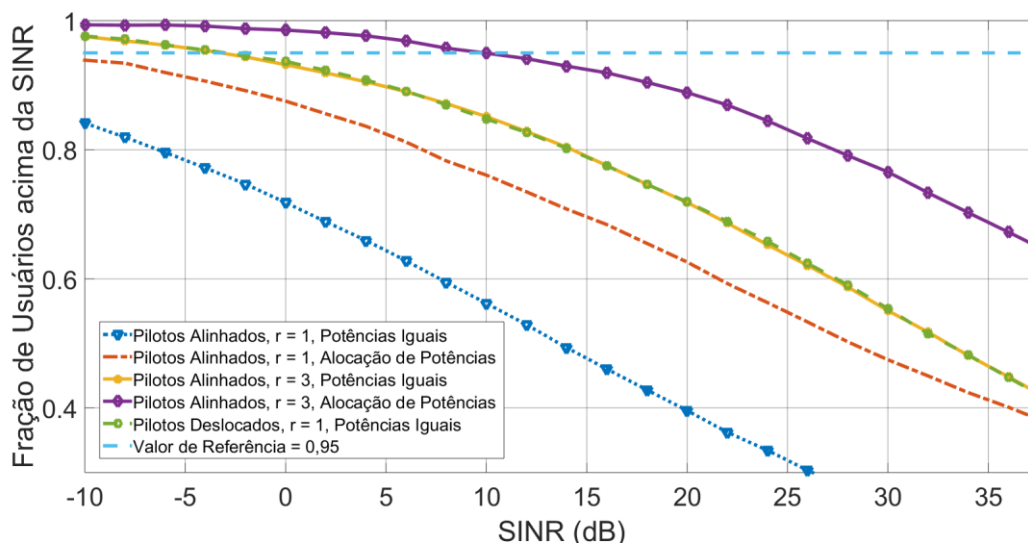


Figura 4.8 – Fração de usuários acima da SINR no *downlink* para o sistema com pilotos alinhados e o sistema com pilotos deslocados.

Na Fig. 4.9, é apresentado função de distribuição acumulada complementar dos usuários que atingem uma determinada taxa de transmissão. Note que, para os mesmos cenários analisados na Fig. (4.8), o ganho da taxa deveria ser

$$\frac{R_{ki}^{pil_des}}{R_{ki}^{sis_model}} = \frac{T \left(T - N - \frac{T}{r} \right)}{\frac{T - N}{2} \left(T - N - \frac{T - N}{2} \right)} = \frac{11 \left(11 - 1 - \frac{11}{3} \right)}{\frac{11 - 1}{2} \left(11 - 1 - \frac{11 - 1}{2} \right)} = 2,7866. \quad (4.39)$$

Observando as curvas obtidas, é possível ver que 30% dos usuários atingiram uma taxa de aproximadamente 14,4 Mbps para o cenário com pilotos alinhados, $r = 3$ e potências iguais. Para essa mesma porcentagem, no cenário com pilotos deslocados, $r = 1$, três grupos de células e potências iguais, obteve-se uma taxa de aproximadamente 39,9 Mbps. Portanto, note que houve um ganho de 2,7708, que é bem próximo do valor teórico.

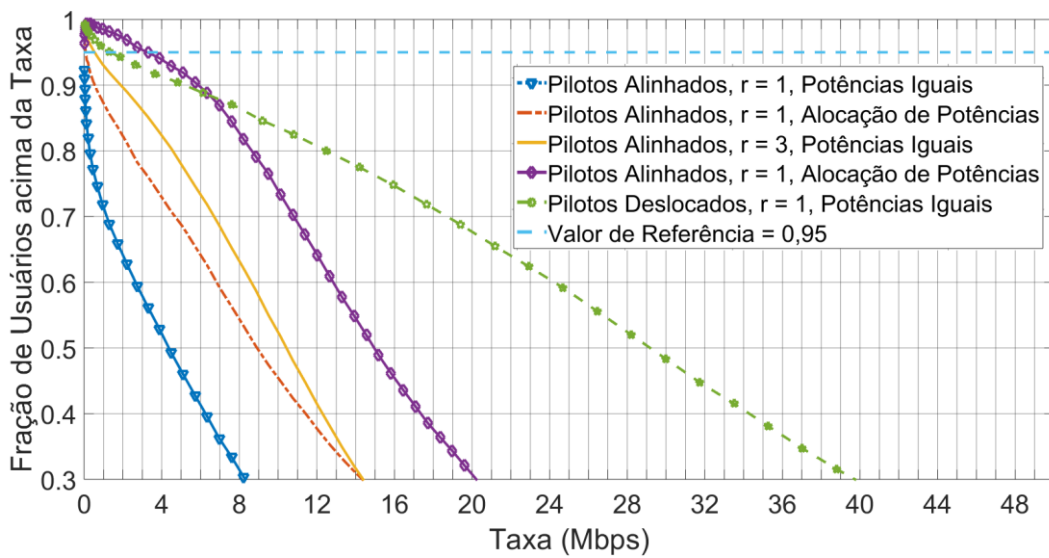


Figura 4.9 – Fração de usuários acima da taxa no *downlink* para o sistema com pilotos alinhados e o sistema com pilotos deslocados.

Note também que, mesmo utilizando o algoritmo TOPC, os sistemas MIMO massivo com pilotos alinhados tiveram desempenho menor, em termos de taxa, do que o sistema com pilotos deslocados e distribuição de potências iguais.

4.7 CONCLUSÕES PARCIAIS

Neste capítulo foi apresentado um esquema para mitigar a contaminação de pilotos presente em sistemas MIMO massivo, chamado pilotos deslocados no tempo. A ideia principal do modelo é criar grupos de células no sistema para que cada grupo transmita suas sequências de treinamento em momentos distintos dentro do quadro do protocolo TDD.

Para a proposta discutida, foi mostrado também que apenas usuários de um mesmo grupo interferem na obtenção da CSI, causando uma redução da SINR.

Observou-se que o método dos pilotos deslocados no tempo aumenta as taxas de transmissão do sistema, pois como o reuso de frequência utilizado é $r = 1$, toda a banda de transmissão

pode ser utilizada dentro das células. Para obter esta vantagem, é necessário que as BSs passem a atender menos usuários, porque, como mostrado na subseção a 4.2, este esquema disponibiliza uma sequência de pilotos menor do que o sistema com pilotos alinhados.

5 CONCLUSÃO

Este capítulo tem o objetivo de concluir o trabalho. Nele são comentados os resultados encontrados e apresentadas sugestões para trabalhos futuros dentro do tema contaminação de pilotos em sistemas MIMO massivo.

Como visto anteriormente, para um sistema MIMO massivo funcionar bem, é necessário obter alguma informação sobre o canal de propagação (CSI), em que esta informação permitirá a construção de feixes de potências direcionados especificamente aos usuários, bem como uma decodificação dos sinais de *uplink*. Uma das formas de se obter a CSI é por meio da transmissão de sinais de treinamento, conhecido como pilotos.

Os pilotos são transmitidos via um canal variante no tempo e na frequência e estas variações são fatores limites na comunicação, pois são elas que definem o tamanho do quadro TDD. Se o grau de variabilidade do canal for muito grande, o intervalo e a banda de coerência serão menores. Quando isto acontece, menores intervalos de tempo são reservados para as fases da comunicação. Assim, um quadro TDD com duração muito curta implica em uma sequência de pilotos com tamanho reduzido.

Desta maneira, sabendo que o tamanho da sequência de pilotos é limitado, fica difícil atribuir a todos os usuários do sistema sequências de treinamento ortogonais. Assim, para atender uma quantidade maior de usuários do que se é permitido pelo intervalo de coerência, são reutilizados em células vizinhas o mesmo conjunto de sequências pilotos, e é aqui que está o problema.

No processo de obtenção da CSI, que ocorre na fase de treinamento, sinais de usuários que trabalham na mesma banda e que compartilham a mesma sequência de pilotos chegam não só nas suas respectivas BSs, mas também em BSs de células vizinhas. Assim, quando uma BS realizar a estimação do canal para um usuário, esta estimativa estará contaminada com pilotos de usuários das demais células.

Tal contaminação, como é visto nos Capítulos 3 e 4, se propaga durante as fases de *downlink* e *uplink*, nas operações filtro casado e MRC, respectivamente. A primeira operação utiliza o canal estimado para criar matrizes de pré-codificação. Note que estas matrizes, devido à contaminação de pilotos, endereçam dados de *downlink* para usuários desejados e também para usuários indesejados. A segunda é operação feita para decodificar os sinais de *uplink* transmitidos pelos usuários. Este processo também requer o uso do canal estimado contaminado, o que acaba prejudicando a identificação do sinal desejado.

Nota-se, por meio da análise assintótica do sistema para quando $M \rightarrow \infty$, que das diversas fontes de interferência que uma comunicação sem fio pode ter, a contaminação de pilotos é a única que não desaparece, ou seja, ela é a única fonte de interferência que contribui para a diminuição da SINR.

Como base nesta problemática, é proposta em [4] uma solução para mitigar a contaminação de pilotos. Esta solução foi estudada e os resultados encontrados estão resumidos na seção a seguir.

5.2 COMENTÁRIOS SOBRE OS RESULTADOS OBTIDOS

Neste trabalho, foi estudada uma técnica de mitigação da contaminação de pilotos proposto pelos autores de [4], em que a ideia principal é criar grupos de células dentro de um sistema MIMO massivo para que cada grupo envie sinais de treinamento em momentos distintos e sem sobreposição dentro do quadro TDD.

A partir do estudo feito, verificou-se que os resultados apresentados em [4] estão coerentes. Portanto, em concordância com o trabalho utilizado como referência, obtém-se as seguintes conclusões:

- I. A contaminação das sequências de treinamento está presente, tanto no cenário com pilotos alinhados, como no cenário com pilotos deslocados. Este fato pode ser verificado nos resultados da Eq. (3.23), Eq. (3.32), Eq. (4.29) e Eq. (4.35);
- II. Em ambos os cenários, a duração do quadro TDD são iguais, porém o que os difere é a organização das fases de comunicação e os tempos que cada uma tem disponível. No cenário proposto, o tamanho da sequência de pilotos e do número de usuários suportados diminui com o aumento do número de grupos de células, já no cenário modelo MIMO massivo estes parâmetros permanecem constantes com o aumento do fator de reuso na frequência;
- III. O ganho das taxas de transmissão, obtido ao se trocar o cenário modelo para o cenário proposto, é advindo da maneira como as células são organizadas, ou seja, como são criados os clusters e os grupos, respectivamente. Apesar de um sistema com pilotos alinhados e reuso de frequência $r = 3$ ter a mesma SINR no *downlink* de um sistema de pilotos deslocados com três grupos e reuso $r = 1$, suas taxas são distintas, em que a do último cenário é maior. Isto ocorre porque, para o caso dos pilotos deslocados, a banda usada para transmissão dentro das células é igual à banda total disponível para o sistema, já a banda usada dentro da célula para o exemplo de pilotos alinhados é um terço da banda total do sistema;

Levando em consideração o panorama geral da contaminação de pilotos, os resultados encontrados aqui obtidos aqui, são sugeridas na próxima seção possíveis trabalhos a serem realizados dentro do tema.

5.3 TRABALHOS FUTUROS

Em [4], são encontradas curvas função de distribuição acumulada complementar para o modelo de sistema MIMO massivo e para o sistema com a técnica de pilotos deslocados. Para o primeiro cenário, são obtidas as curvas para as SINRs com reuso de frequência $r = 3$ para o TOPC e para a alocação igualitária de potências. Ainda para este mesmo caso são obtidas as curvas das taxas para dois fatores de reuso frequência (1 e 3) e para as duas abordagens de alocação de potências. Por último, no o sistema de pilotos deslocados são obtidas as taxas de transmissão com reuso $r = 1$ e com TOPC adaptado.

Como forma de complementar os resultados obtidos, são sugeridas as seguintes propostas de continuidade:

- I. Realizar a implementação do algoritmo de distribuição de potências para o sistema com pilotos deslocados e verificar a sua convergência;
- II. Calcular as taxas de transmissão do *uplink* para os sistemas de pilotos deslocados e pilotos alinhados;

De modo geral, o problema da obtenção da CSI pode ser resolvido por meio de duas abordagens: estimações baseadas em transmissão de sinais de treinamento (pilotos) e estimações sem sinais de treinamento (*blind*). Portanto, como o nome sugere, a contaminação de pilotos é um fenômeno exclusivo da primeira abordagem.

Dentro de cada abordagem, existem diversos métodos de estimação de canal sendo estudados e propostos. Alguns exemplos a ser citados são:

- Técnicas baseadas em decomposição de valores singulares;
- Técnicas baseadas em decomposição de autovalores;
- Técnicas de pré-codificação com colaboração limitada entre BSs;
- Técnicas de pré-codificação baseada em estimadores MMSE; e
- Técnicas com o uso de estimação de Máximo a posteriori (MAP);

Dado a diversidade de maneiras como a CSI pode ser obtida, é sugerido também que sejam feitos comparativos entre a proposta exposta em [4] e as demais, para que soluções mais adequadas e flexíveis possam ser produzidas.

REFERÊNCIAS

- [1] E. G. Larsson, O. Edfors, F. Tufvesson, T. L. Marzetta, **Massive MIMO for Next Generation Wireless Systems**, IEEE Communications Magazine, 2014;
- [2] J. R. Hampton , **Introduction to MIMO Communications**, Cambridge, 2014;
- [3] B.Sklar, **Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communications Systems, Part I: Characterization**, IEEE Communications Magazin, 1997;
- [4] F. Fernandes, A. Ashikhmin, and T. Marzetta, **Inter-cell interference in noncooperative TDD large scale antenna systems**, IEEE J. Sel. Areas Commun., vol. 31, no. 2, pp. 192–201, Feb. 2013;
- [5] T. L. Marzetta, **Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas**, IEEE Trans. on Wireless Communications, vol. 9, pp. 3590 –3600, 2010;
- [6] M. Rasti and A. Sharafat, **Distributed uplink power control with soft removal for wireless networks**, IEEE Trans. on Communications, vol. 59, pp. 833 –843, 2011; e
- [7] O. Elijah, C. Y. Leow, A. R. Tharek, S.Nunoo, S.Zakwoi Iliya, **A Comprehensive Survey of Pilot Contamination in Massive MIMO—5G System**, IEEE Communications Surveys & Tutorials, Vol. 18 , Second Quarter, 2016;
- [8] Antonia M. Tulino, Sergio Verdú, **Random Matrix Theory and Wireless Communicationsm**, Vol. 1, No 1, 2004;

ANEXOS

I. DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO PARA O LIMITE DO QUADRADO DO FATOR DE NORMALIZAÇÃO NO SISTEMA MIMO MASSIVO COM PILOTOS ALINHADOS

Considere a estimativa de canal na abaixo:

$$\mathbf{g} = \sqrt{\rho_{k' i} \beta_{ik' i}} \mathbf{h}_{ik' i} + \sum_{l=1, l \neq i}^L \sqrt{\rho_{k' l} \beta_{ik' l}} \mathbf{h}_{ik' l} + \frac{\mathbf{z}_i \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K}. \quad (\text{I.1})$$

Para simplificar, reescreve-se \mathbf{g} da seguinte forma

$$\mathbf{g} = \mathbf{a} + \mathbf{b}, \quad (\text{I.2})$$

em que

$$\mathbf{a} = \sqrt{\rho_{k' i} \beta_{ik' i}} \mathbf{h}_{ik' i} + \sum_{l=1, l \neq i}^L \sqrt{\rho_{k' l} \beta_{ik' l}} \mathbf{h}_{ik' l} \quad (\text{I.3})$$

e

$$\mathbf{b} = \frac{\mathbf{z}_i \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K}. \quad (\text{I.4})$$

Sabendo que

$$\|\mathbf{g}\|^2 = \text{Tr}(\mathbf{g}^\dagger \mathbf{g}), \quad (\text{I.5})$$

em que $\text{Tr}(\cdot)$ representa o operador traço, tem-se que

$$\begin{aligned} \|\mathbf{g}\|^2 &= \text{Tr}((\mathbf{a} + \mathbf{b})^\dagger (\mathbf{a} + \mathbf{b})) \\ \|\mathbf{g}\|^2 &= \text{Tr}(\mathbf{a}^\dagger \mathbf{a} + \mathbf{a}^\dagger \mathbf{b} + \mathbf{b}^\dagger \mathbf{a} + \mathbf{b}^\dagger \mathbf{b}). \end{aligned} \quad (\text{I.6})$$

Sabendo que o operador traço é linear, faz-se o seguinte passo

$$\|\mathbf{g}\|^2 = \text{Tr}(\mathbf{a}^\dagger \mathbf{a}) + \text{Tr}(\mathbf{a}^\dagger \mathbf{b}) + \text{Tr}(\mathbf{b}^\dagger \mathbf{a}) + \text{Tr}(\mathbf{b}^\dagger \mathbf{b}). \quad (\text{I.7})$$

Com a definição do fator de normalização, tem-se

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \alpha_{k' i}^2 = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\|\mathbf{g}\|^2}{M} \quad (\text{I.8})$$

Substituindo, obtém-se

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\|\mathbf{g}\|^2}{M} = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \left(\text{Tr}(\mathbf{a}^\dagger \mathbf{a}) + \text{Tr}(\mathbf{a}^\dagger \mathbf{b}) + \text{Tr}(\mathbf{b}^\dagger \mathbf{a}) + \text{Tr}(\mathbf{b}^\dagger \mathbf{b}) \right) \quad (\text{I.9})$$

Como \mathbf{a} e \mathbf{b} são independentes, tem-se que o resultado da aplicação do Lema 1 (Capítulo 3) na Eq. (I.9) é

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\|\mathbf{g}\|^2}{M} = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \text{Tr}(\mathbf{a}^\dagger \mathbf{a}) + \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \text{Tr}(\mathbf{b}^\dagger \mathbf{b}) \quad (\text{I.10})$$

Sabendo que \mathbf{b} tem variância unitária e que $\text{Tr}(\mathbf{b}^\dagger \mathbf{b}) = \|\mathbf{b}\|^2$, tem-se

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\|\mathbf{g}\|^2}{M} = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \text{Tr}(\mathbf{a}^\dagger \mathbf{a}) + \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \|\mathbf{b}\|^2 \quad (\text{I.11})$$

Substituindo \mathbf{a} pela Eq. (I.3), tem-se

$$\begin{aligned} \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\|\mathbf{g}\|^2}{M} &= \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \text{Tr} \left(\left(\sum_{l_1=1}^L \sqrt{\rho_{k'l_1}} \beta_{ik'l_1} \mathbf{h}_{ik'l_1} \right)^\dagger \left(\sum_{l_2=1}^L \sqrt{\rho_{k'l_2}} \beta_{ik'l_2} \mathbf{h}_{ik'l_2} \right) \right) \\ &+ \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \|\mathbf{b}\|^2 . \end{aligned} \quad (\text{I.12})$$

Realizando o produto, encontra-se o resultado a seguir:

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\|\mathbf{g}\|^2}{M} = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \text{Tr} \left(\sum_{l_1=1}^L \sum_{l_2=1}^L \sqrt{\rho_{k'l_1} \beta_{ik'l_1} \rho_{k'l_2} \beta_{ik'l_2}} \mathbf{h}_{ik'l_1}^\dagger \mathbf{h}_{ik'l_2} \right) + \frac{1}{K} . \quad (\text{I.13})$$

Isolando os termos em que $l_1 = l_2$, obtém-se

$$\begin{aligned} \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\|\mathbf{g}\|^2}{M} &= \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \text{Tr} \left(\sum_{l=1}^L \rho_{k'l} \beta_{ik'l} \mathbf{h}_{ik'l}^\dagger \mathbf{h}_{ik'l} \right. \\ &+ \left. \sum_{l_1=1}^L \sum_{l_2=1, l_2 \neq l_1}^L \sqrt{\rho_{k'l_1} \beta_{ik'l_1} \rho_{k'l_2} \beta_{ik'l_2}} \mathbf{h}_{ik'l_1}^\dagger \mathbf{h}_{ik'l_2} \right) + \frac{1}{K} . \end{aligned} \quad (\text{I.14})$$

Reescrevendo, tem-se

$$\begin{aligned} \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\|\mathbf{g}\|^2}{M} &= \lim_{M \rightarrow \infty} \alpha_{k'l}^2 \\ &= \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{l=1}^L \rho_{k'l} \beta_{ik'l} \|\mathbf{h}_{ik'l}\|^2 \\ &+ \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \text{Tr} \left(\sum_{l_1=1}^L \sum_{l_2=1, l_2 \neq l_1}^L \sqrt{\rho_{k'l_1} \beta_{ik'l_1} \rho_{k'l_2} \beta_{ik'l_2}} \mathbf{h}_{ik'l_1}^\dagger \mathbf{h}_{ik'l_2} \right) \\ &+ \frac{1}{K} . \end{aligned} \quad (\text{I.15})$$

Por último, aplica-se o Lema 1 na Eq. (I.15). Assim, o fator de normalização para $M \rightarrow \infty$ é

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\|\mathbf{g}\|^2}{M} = \lim_{M \rightarrow \infty} \alpha_{k'l}^2 = \sum_{l=1}^L \rho_{k'l} \beta_{ik'l} + \frac{1}{K} \quad (\text{I.16})$$

II. CONVERGÊNCIA DO ALGORITMO TOPC

Neste anexo são apresentados os resultados das simulações computacionais realizadas para verificar a convergência do algoritmo TOPC, proposto em [6]. Este algoritmo tem o objetivo de distribuir potências para seus usuários de modo melhorar as SINRs sentidas em cada um.

Como explicado no Capítulo 3, no TOPC são estabelecidas SINR alvos $\hat{\zeta}_{kl}^D$ para os usuários e distribuídas potências P_{kl} , em que $P_{kl} \leq \bar{P}_{kl}$, com objetivo de maximizar o número de usuários que atingem seus alvos. Para verificar se os usuários atingiram suas SINR alvos, é necessário que cada usuário transmita para BS a SINR atual a cada iteração dentro intervalo de coerência. Aos usuários que não atingirem suas SINRs alvo são atribuídos menos potência, tornando esses usuários passíveis de uma eliminação suave do sistema

Existem duas classificações de sistemas que procuram distribuir suas potências para atingir uma determinada SINR: Sistemas viáveis e sistemas inviáveis. A definição abaixo explica esses dois tipos de sistemas.

Definição 1. Um vetor de SINR denotado por $\bar{\zeta} = [\zeta_1, \dots, \zeta_M]^T$ é viável se um viável vetor de potências $\mathbf{0} \leq \mathbf{P} \leq \bar{\mathbf{P}}$ existir de modo a corresponder ao vetor SINR, em que o vetor da inequação $\mathbf{0} \leq \mathbf{P} \leq \bar{\mathbf{P}}$ implica $0 \leq P_k \leq \bar{P}_k$ para todo k . Para um dado vetor de SINRs alvo denotado por $\bar{\zeta}$, é dito que um sistema é viável se $\bar{\zeta}$ for viável, caso contrário este sistema é inviável.

Os resultados foram obtidos para ambos os tipos de sistemas. No caso viável, são criado vetores de potência e vetores de SINRs alvo. No segundo caso, são inicialmente criados vetores que correspondam a um sistema viável e na medida em que as iterações vão acontecendo, dois usuários são introduzidos, tornando o sistema inviável. Nesta simulação, as distâncias entre os usuários e a BS são fixas, o que se varia são as matrizes de canal a cada iteração.

Na Fig. II.1, é mostrado a convergência do algoritmo para o caso do sistema inviável, em que as o vetor de SINRs alvo é $\bar{\zeta}_{viável} = [-1.2058, -4.7122, -7.1066, -7.4170]^T$ dB e o vetor de SINRs obtidos foi $\zeta_{viável} = [-1.2058, -4.7122, -7.1066, -7.4170]^T$ dB.

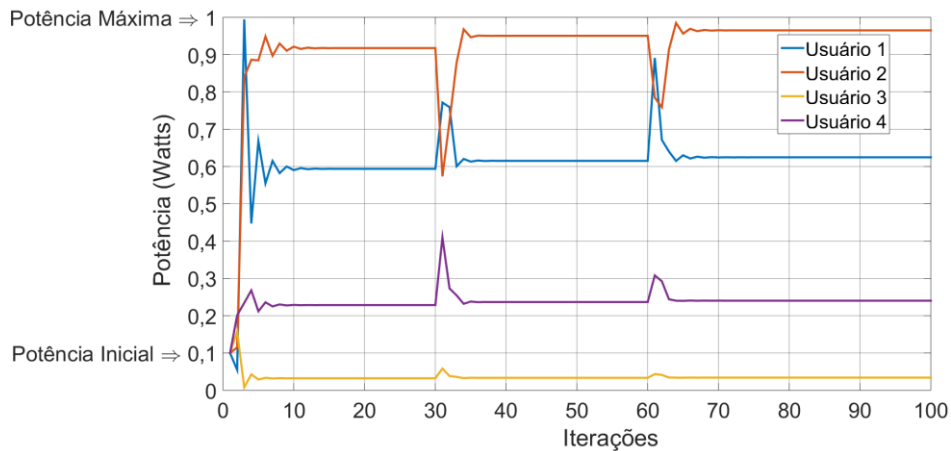


Figura II.1 – Convergência do algoritmo TOPC para um sistema viável

Na Fig. II.1, é mostrado a convergência do algoritmo para o caso do sistema inviável, em que as o vetor de SINRs alvo e SINRs obtidas são, respectivamente, :

$$\bar{\boldsymbol{\zeta}}_{inviável} = [-1.2058, -4.7122, -7.1066, -7.4170, -1.2058, -1.2058]^T \text{ dB}$$

$$\boldsymbol{\zeta}_{inviável} = [-1.2058, -15.9973, -14.9227, -7.4170, -17.1072, -2.8667]^T \text{ dB}.$$

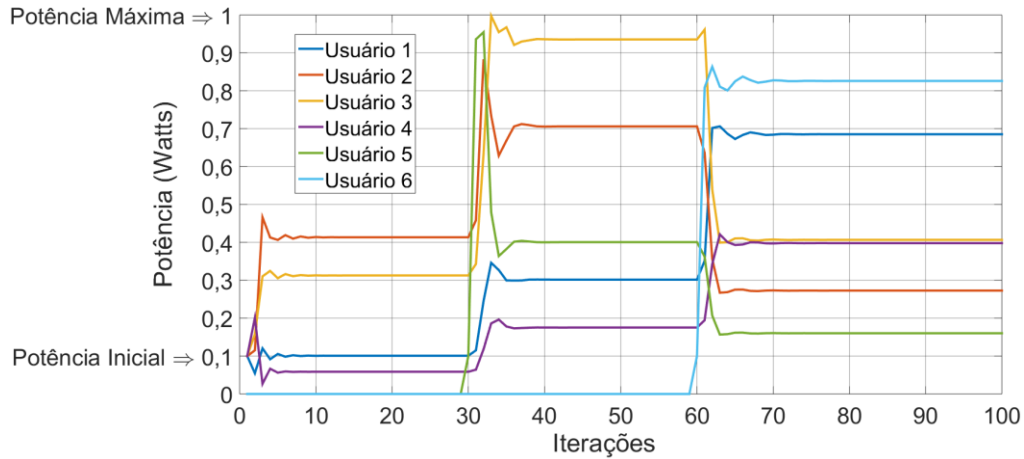


Figura II.2 – Convergência do algoritmo TOPC para um sistema inviável

Note que, para o sistema inviável, apenas dois usuários conseguiram atingir suas SINRs alvo. Este fato ocorreu porque os canais para esta simulação foram produzidos com as propriedades estáticas explicadas neste trabalho. Assim, para essa simulação em específico, os canais produzidos para os usuários abaixo da SINR foram ruins, o que impossibilitou uma distribuição de potências mais adequada.

III. DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO PARA O LIMITE DO QUADRADO DO FATOR DE NORMALIZAÇÃO NO SISTEMA MIMO MASSIVO COM PILOTOS DESLOCADOS

Considere a estimativa de canal na abaixo:

$$\mathbf{g} = \sum_{j \in A_\gamma} \sqrt{\rho \beta_{ik'j}} \mathbf{h}_{ik'j} + \frac{1}{K} \sum_{l \notin A_\gamma} \sum_{k=1}^K \sqrt{P_{kl} c_{il}} \mathbf{h}_{il} \mathbf{w}_{kl} \mathbf{s}_{kl} \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger + \frac{\mathbf{z}_i \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K}, \quad (\text{II. 1})$$

Reescreve-se \mathbf{g} da seguinte maneira:

$$\mathbf{g} = \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}, \quad (\text{II. 2})$$

em que

$$\mathbf{a} = \sum_{j \in A_\gamma} \sqrt{\rho \beta_{ik'j}} \mathbf{h}_{ik'j}, \quad (\text{II. 3})$$

$$\mathbf{b} = \frac{1}{K} \sum_{l \notin A_\gamma} \sum_{k=1}^K \sqrt{P_{kl} c_{il}} \mathbf{h}_{il} \mathbf{w}_{kl} \mathbf{s}_{kl} \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger, \quad (\text{II. 4})$$

e

$$\mathbf{c} = \frac{\mathbf{z}_i \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger}{K} \quad (\text{II. 5})$$

Considere a seguinte definição

$$\|\mathbf{g}\|^2 = \text{Tr}(\mathbf{g}^\dagger \mathbf{g}), \quad (\text{II. 6})$$

Em que $\text{Tr}(\cdot)$ é o operador traço.

Resolvendo a Eq. (II.6), tem-se que

$$\|\mathbf{g}\|^2 = \text{Tr}(\mathbf{a}^\dagger \mathbf{a} + \mathbf{a}^\dagger \mathbf{b} + \mathbf{a}^\dagger \mathbf{c} + \mathbf{b}^\dagger \mathbf{a} + \mathbf{b}^\dagger \mathbf{b} + \mathbf{b}^\dagger \mathbf{c} + \mathbf{c}^\dagger \mathbf{a} + \mathbf{c}^\dagger \mathbf{b} + \mathbf{c}^\dagger \mathbf{c}). \quad (\text{II. 7})$$

Sabendo que o operador traço é linear, faz-se

$$\begin{aligned} \|\mathbf{g}\|^2 = & \text{Tr}(\mathbf{a}^\dagger \mathbf{a}) + \text{Tr}(\mathbf{a}^\dagger \mathbf{b}) + \text{Tr}(\mathbf{a}^\dagger \mathbf{c}) + \text{Tr}(\mathbf{b}^\dagger \mathbf{a}) + \text{Tr}(\mathbf{b}^\dagger \mathbf{b}) + \text{Tr}(\mathbf{b}^\dagger \mathbf{c}) \\ & + \text{Tr}(\mathbf{c}^\dagger \mathbf{a}) + \text{Tr}(\mathbf{c}^\dagger \mathbf{b}) \\ & + \text{Tr}(\mathbf{c}^\dagger \mathbf{c}). \end{aligned} \quad (\text{II. 8})$$

Sabendo também que o quadrado do fato de normalização é

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \alpha_{k'i}^2 = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\|\mathbf{g}\|^2}{M}, \quad (\text{II. 9})$$

faz-se a seguinte operação:

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\|\mathbf{g}\|^2}{M} = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \left(\text{Tr}(\mathbf{a}^\dagger \mathbf{a}) + \text{Tr}(\mathbf{a}^\dagger \mathbf{b}) + \text{Tr}(\mathbf{a}^\dagger \mathbf{c}) + \text{Tr}(\mathbf{b}^\dagger \mathbf{a}) + \text{Tr}(\mathbf{b}^\dagger \mathbf{b}) \right. \\ \left. + \text{Tr}(\mathbf{b}^\dagger \mathbf{c}) + \text{Tr}(\mathbf{c}^\dagger \mathbf{a}) + \text{Tr}(\mathbf{c}^\dagger \mathbf{b}) + \text{Tr}(\mathbf{c}^\dagger \mathbf{c}) \right) . \quad (\text{II. 10})$$

Como a relação das duplas $\mathbf{a-b}$, $\mathbf{a-c}$ e $\mathbf{b-c}$ é de independência, tem-se que o resultado da aplicação do Lema 1 é:

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \alpha_{k'i}^2 = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\|\mathbf{g}\|^2}{M} = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \left(\text{Tr}(\mathbf{a}^\dagger \mathbf{a}) + \text{Tr}(\mathbf{b}^\dagger \mathbf{b}) + \text{Tr}(\mathbf{c}^\dagger \mathbf{c}) \right) \quad (\text{II. 11})$$

Substituindo \mathbf{a} , \mathbf{b} e \mathbf{c} , tem-se Tr

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \alpha_{k'i}^2 = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\|\mathbf{g}\|^2}{M} = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{j \in A_\gamma} \rho \beta_{ik'j} \|\mathbf{h}_{ik'j}\|^2 \\ + \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \frac{1}{K} \sum_{l \notin A_\gamma} \sum_{k=1}^K \sqrt{P_{kl} c_{il}} \|\mathbf{h}_{il} \mathbf{w}_{kl}\|^2 |\mathbf{s}_{kl} \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger|^2 \\ + \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \|\mathbf{c}\|^2 . \quad (\text{II. 12})$$

Do Capítulo 4, sabem-se as seguintes informações:

$$\|\mathbf{h}_{il} \mathbf{w}_{kl}\|^2 \leq |\lambda_{\max}(\mathbf{h}_{il} \mathbf{h}_{il}^\dagger)|^2, \quad (\text{II. 13})$$

em que

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \frac{|\lambda_{\max}(\mathbf{h}_{il} \mathbf{h}_{il}^\dagger)|^2}{M} = 4, \quad (\text{II. 14})$$

e

$$|\mathbf{s}_{kl} \boldsymbol{\psi}_{k'}^\dagger|^2 \leq K. \quad (\text{II. 15})$$

Substituindo, tem-se que

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{j \in A_\gamma}^L \rho_{k'j} \beta_{ik'j} \|\mathbf{h}_{ik'j}\|^2 + \frac{1}{K} \leq \lim_{M \rightarrow \infty} \alpha_{k'i}^2 \\ \leq \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{j \in A_\gamma}^L \rho_{k'j} \beta_{ik'j} \|\mathbf{h}_{ik'j}\|^2 + \sum_{l \notin A_\gamma} 4 P_{kl} c_{il} + \frac{1}{K} . \quad (\text{II. 16})$$

Assim, o limite do quadrado do fator de normalização para os pilotos deslocados é:

$$\sum_{j \in A_\gamma}^L \rho_{k'j} \beta_{ik'j} + \frac{1}{K} \leq \lim_{M \rightarrow \infty} \alpha_{k'i}^2 \leq \sum_{j \in A_\gamma}^L \rho_{k'j} \beta_{ik'j} + \sum_{l \notin A_\gamma} 4 P_{kl} c_{il} + \frac{1}{K} , \quad (\text{II. 17})$$

em que o limite superior é dado pelo grau de dependência entre as matrizes de pré-codificação e a resposta do canal entre as BSs.